

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL

TESIS DE MAESTRÍA

**FUNCIONES ALOMÉTRICAS, DE VOLUMEN Y DE
CRECIMIENTO PARA CLONES DE TECA (*Tectona grandis*
L.f) EN COSTA RICA**

JUAN LUIS FALLAS ZÚÑIGA

CARTAGO, COSTA RICA

OCTUBRE 2017

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA

ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL

TESIS DE MAestrÍA

**FUNCIONES ALOMÉTRICAS, DE VOLUMEN Y DE
CRECIMIENTO PARA CLONES DE TECA (*Tectona grandis*
L.f) EN COSTA RICA**

JUAN LUIS FALLAS ZÚÑIGA

CARTAGO, COSTA RICA

OCTUBRE 2017

FUNCIONES ALOMÉTRICAS, DE VOLUMEN Y DE CRECIMIENTO PARA CLONES DE TECA (*Tectona grandis* L.f) EN COSTA RICA

Juan Luis Fallas Zúñiga*

RESUMEN

La teca (*Tectona grandis*) es muy utilizada en proyectos de reforestación en Costa Rica, debido a su adaptabilidad a condiciones climáticas, calidad de la madera y productividad. Desde inicios de este siglo, el mejoramiento genético de la especie se ha incrementado, lo que ha provocado cambios significativos en la forma del fuste, conicidad de los árboles, mayor altura comercial y productividad. El objetivo de este trabajo es desarrollar funciones para la estimación de volumen comercial y total para plantaciones clonales hasta 12 años de edad, altura total, modelos de perfil de fuste y un sistema de clasificación del crecimiento de plantaciones clonales en Costa Rica basado en el diámetro. Para la función de volumen comercial se ajustaron 3 modelos con corteza (volumen total, hasta 5 cm y hasta 10 cm). Con respecto a la ecuación de perfil de fuste se ajustó el modelo de Kozak, generando un sistema de tres ecuaciones. El sistema de clasificación del crecimiento de plantaciones se basó en la construcción de modelo de crecimiento DAP/edad para plantaciones clonales. De manera general se recomienda incluir y ampliar la información utilizada en cada uno estos modelos.

Palabras claves: Teca, Clon, Crecimiento, Volumen, Conicidad.

ABSTRACT

Teak (*Tectona grandis*) is widely used in reforestation projects in Costa Rica, due to its adaptability to climatic conditions, wood quality and productivity. Since the beginning of this century, the genetic improvement of the specie has increased, which has caused significant changes in the shape of the stem, conicity of the trees, greater commercial height and productivity. The objective of this work is to develop functions for estimating commercial and total volume for clonal plantations up to 12 years of age, total height, stem profile models and a classification system of clonal plantation growth in Costa Rica based on diameter. For the commercial volume function, 3 models with bark were adjusted (total volume, up to 5 cm and up to 10 cm). The Kozak model was fitted with respect to the stem profile equation, generating a system of three equations. The plantation growth classification system was based on the construction of the DAP/age growth model for clonal plantations. It is generally recommended to include and expand the information used in each of these models.

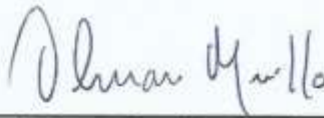
Keywords: Teak, Clone, Growth, Volume, Conicity.

*Fallas Zúñiga, J. 2017. Funciones alométricas, de volumen y de crecimiento para clones de teca (*Tectona grandis* L.f) en Costa Rica Tesis de Maestría. Escuela de Ingeniería Forestal, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica. 77 p.

Esta tesis de graduación ha sido aceptada por el Tribunal Evaluador de la Escuela de Ingeniería Forestal del Instituto Tecnológico de Costa Rica y aprobada por el mismo como requisito parcial para optar por el grado de Maestría.

FUNCIONES ALOMÉTRICAS, DE VOLUMEN Y DE CRECIMIENTO PARA CLONES DE TECA (*Tectona grandis* L.f) EN COSTA RICA

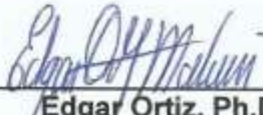
Miembros del Tribunal Evaluador



**Olman Murillo Gamboa, Ph.D.
Director de Tesis**



**Roger Moya, Ph.D.
Coordinador de trabajo final de graduación**



**Edgar Ortiz, Ph.D.
Lector**



**Germán Obando, M.Sc.
Lector**



**Juan Luis Fallas Zúñiga, Lic.
Estudiante**

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento a las empresas Panamerican Woods y BARCA S.A. y a la cooperativa de mejoramiento genético GENFORES, por su apoyo en las mediciones de campo y aporte de bases de datos. Al Dr. Freddy Araya del Doctorado académico en Ciencias Naturales para el Desarrollo por su apoyo en la derivación de las ecuaciones. A la Vicerrectoría de Investigación y Extensión y al Posgrado Académico en Ciencias Forestales del Instituto Tecnológico de Costa Rica por el apoyo académico durante el tiempo de estudio.

Al Dr. Olman Murillo, cuyos conocimientos, enorme paciencia y amistad, permitieron la culminación de este estudio.

Al Dr. Roger Moya, por su instrucción y colaboración durante este proyecto.

Al Dr. Edgar Ortiz, cuyos conocimientos permitieron la mejora constante de este estudio.

A mi familia, siempre incondicionales en cada etapa de mi vida, fuente de inspiración y superación completa.

INDICE GENERAL

RESUMEN	II
ABSTRACT	II
AGRADECIMIENTOS	IV
INDICE DE CUADROS	VI
INDICE DE FIGURAS	VII
INTRODUCCION GENERAL	VIII
CAPÍTULO 1. FUNCIONES DE PERFIL DE FUSTE Y DE ESTIMACIÓN DE ALTURA TOTAL PARA CLONES DE TECA EN COSTA RICA	1
Resumen	1
Introducción	3
Metodología	6
Resultados	11
Discusión	17
Conclusiones	21
Recomendaciones	21
Referencias	22
CAPÍTULO 2. MODELOS DE CRECIMIENTO DAP-EDAD EN PLANTACIONES CLONALES DE TECA EN COSTA RICA	24
Resumen	24
Introducción	25
Metodología	27
Resultados	31
Discusión	38
Conclusiones	43
Recomendaciones	43
Referencias	44
CAPÍTULO 3. FUNCIONES PARA LA ESTIMACIÓN DE VOLUMEN COMERCIAL Y TOTAL EN PLANTACIONES CLONALES DE TECA EN COSTA RICA.	46
Resumen	46
Introducción	48
Metodología	50
Resultados	55
Discusión	62
Conclusiones	67
Recomendaciones	67
Referencias	68

INDICE DE CUADROS

Núm.	Título	Pág.
1	Distribución por clase diamétrica (dap) de los árboles utilizados para el ajuste del modelo de conicidad para clones de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	11
2	Función de conicidad ajustada a partir de la totalidad de los datos (incluyendo los árboles utilizados en la validación) para clones de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	13
3	Estadísticos de los parámetros de la regresión del modelo de conicidad de Kozak en la población de clones de teca.	14
4	Sistema de ecuaciones derivado del ajuste del modelo de conicidad de Kozak para clones de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	14
5	Ajuste del modelo ht/DAP para árboles clonados de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	16
6	Distribución por clase diamétrica (DAP) de las parcelas muestreadas en tres regiones de Costa Rica para el ajuste de las curvas de clasificación de plantaciones clonales de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	32
7	Distribución por edad (años) de las parcelas muestreadas en tres regiones de Costa Rica para el ajuste de las curvas de clasificación de plantaciones clonales de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	33
8	Modelos evaluados para el ajuste de curvas de crecimiento DAP vs edad con sus respectivos estadísticos, para plantaciones clonales de teca en Costa Rica.	35
9	Función del modelo ajustado de crecimiento del DAP vs edad, para plantaciones clonales de teca en Costa Rica, junto con las funciones de los límites de confianza respectivos.	36
10	Funciones de volumen basados en DAP investigadas para su ajuste en árboles clonados de teca en Costa Rica	51
11	Distribución por clase diamétrica (DAP) de los árboles utilizados para el ajuste de modelos de volumen en árboles clonados de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	55
12	Modelos evaluados para estimar el volumen comercial con corteza hasta 5 cm de diámetro, en árboles clonados de teca en Costa Rica.	56
13	Estadísticos de los parámetros de la regresión del modelo 2 (seleccionado como el mejor en cuadro 12) en árboles clonados de teca en Costa Rica.	56
14	Modelos evaluados para estimar el volumen comercial con corteza hasta 10 cm de diámetro, en árboles clonados de teca en Costa Rica.	58
15	Modelos evaluados para estimar el volumen comercial total con corteza, en árboles clonados de teca en Costa Rica.	59
16	Estadísticos de los parámetros de la regresión para la función de volumen con corteza hasta los 10 cm de diámetro, en árboles clonados de teca en Costa Rica.	59
17	Estadísticos de los parámetros de la regresión para la función de volumen total con corteza, en árboles clonados de teca en Costa Rica.	59

INDICE DE FIGURAS

Núm.	Título	Pág.
1	Relación entre di/dap con respecto a hi/ht en <i>Tectona grandis</i> clonal en Costa Rica.	12
2	Distribución de los residuos con respecto a la variable independiente (hi/ht)-1 de la función escogida (izquierda). Distribución de los residuos con respecto al (hi ² /ht ²)-1 de la función seleccionada (derecha), para el modelo de ahusamiento de teca clonal en Costa Rica.	13
3	Distribución de los residuos con respecto al di a cualquier altura deseada (Y observada) del modelo 1, para la función de ahusamiento de teca clonal en Costa Rica.	15
4	Relación entre la altura total (ht) con respecto al DAP, en árboles clonados de <i>Tectona grandis</i> en Costa Rica.	16
5	Modelo de mejor ajuste para la relación DAP promedio por parcela (cm) vs edad de plantaciones clonales (años) de <i>Tectona grandis</i> clonal en Costa Rica.	34
6	Distribución de los residuos con respecto a la relación dap-edad de la función escogida, para plantaciones de teca clonal en Costa Rica.	36
7	Índice de sitio superior del modelo de crecimiento de teca a partir de semilla (Pérez y Kanninen 2005) vs el modelo clonal ajustado para teca en esta investigación en Costa Rica.	37
8	(a) Función de volumen con corteza hasta 5 cm de diámetro para árboles clonados de teca, según el modelo cuadrático sin intercepto; (b) distribución de los residuos para cada una de las variables del modelo ajustado.	57
9	(a) Distribución de los residuos para cada una de las variables del modelo ajustado de volumen a 10 cm con corteza; (b) distribución de los residuos para cada una de las variables del modelo ajustado de volumen total con corteza.	61
10	Comparación del modelo clonal de volumen total con corteza obtenido en este estudio (Cuadro 15) y volumen total con corteza obtenido de un modelo con semilla, ajustado con árboles originados con semilla de rodales semilleros y bajo la silvicultura convencional de los años 90 en Costa Rica (Pérez y Kanninen 2003).	61

INTRODUCCION GENERAL

El árbol de teca (*Tectona grandis* L. f.) es un árbol originario de Birmania, Tailandia, Laos y la India (Keogh 1980, Briscoe 1995) y pertenece a la familia Lamiaceae. Es la especie exótica más utilizada en reforestación comercial de muchos países tropicales. Su madera registra al menos 25 tipos de uso (Weaver 1993), que van desde la construcción completa de una casa, hasta postes y piezas de ebanistería. La especie fue introducida por los británicos en América Latina a través de Trinidad y Tobago en 1913 (Keogh 1980). Desde ahí se extendió a Honduras, Panamá y Costa Rica entre 1926 y 1929 y luego, hacia casi toda la región tropical de los países latinoamericanos (Tewari 1999, Pandey y Brown 2000, Schnell e Schuhli y Paludzyszyn 2010). La teca es la especie exótica más utilizada en reforestación comercial en Costa Rica.

Desde los años 80 se inician los trabajos en mejoramiento genético de la teca en la región, esto orientó el desarrollo de las tecnologías de clonación (Murillo y Badilla 2004a, Murillo *et al.* 2013). Hoy día, la reforestación clonal con teca avanza rápidamente en la región en países como Costa Rica, Brasil, Nicaragua, México y Ecuador, debido a su impacto en productividad, homogeneidad, calidad del fuste y sobretodo, en el desarrollo de plantaciones con un mayor valor económico (Murillo y Guevara 2013). La cooperativa internacional de mejoramiento genético forestal desarrollada desde Costa Rica (GENFORES), reporta en sus programas clonales un progreso medio de un 20-25% en volumen comercial y una disminución de 1-2 años en su ciclo de producción (Badilla y Murillo 2017). Como resultado inmediato, los árboles que han sido rigurosamente seleccionados y clonados, manifiestan una mayor altura comercial, altura total, rectitud y mayor cilindridad de fuste (Murillo y Badilla 2009a; Vallejos *et al.* 2010). En suma, se manifiesta en la acumulación de un mayor volumen comercial por árbol y de muy alta calidad para aserrío (Monteuuis *et al.* 2011, Murillo *et al.* 2013, Badilla y Murillo 2017). Estos árboles presentan una menor conicidad y mayor altura comercial, que afectan su relación altura/diámetro. Estos

cambios afectan sustancial y significativamente las relaciones alométricas que determinan el volumen total y comercial del árbol.

El objetivo de este trabajo es desarrollar funciones para la estimación de volumen comercial y total para plantaciones clonales hasta 11 años de edad (volúmenes totales con corteza y hasta 5 cm y 10 cm con corteza), altura total en función del diámetro, modelos de perfil de fuste y un sistema de clasificación del crecimiento de plantaciones clonales en Costa Rica basado en el diámetro.

CAPÍTULO 1. FUNCIONES DE PERFIL DE FUSTE Y DE ESTIMACIÓN DE ALTURA TOTAL PARA CLONES DE TECA EN COSTA RICA

Resumen

En teca se han propuesto funciones para estimar el volumen total y comercial basado en la conicidad del árbol, sin embargo, fueron elaboradas a partir de árboles provenientes de semilla. La silvicultura clonal con *Tectona grandis* irrumpió en el sector hace poco más de 12 años y hoy día se encuentra en auge en Costa Rica. Los resultados se han visto reflejados no solo en una productividad superior en un promedio de un 25%, sino también en fustes más cilíndricos, de mayor altura comercial y total para una misma clase diamétrica. Estos árboles clonados manifiestan evidentemente una relación altura/diámetro diferente que ocasiona una subestimación de su volumen si se utilizan los modelos disponibles. Dada la importancia de la especie en el creciente comercio internacional de su madera, el sector forestal precisa de un nuevo modelo de conicidad con el fin de mejorar las estimaciones de volumen comercial y total. Para la realización del estudio se cubicaron 313 árboles en el suelo, con edades desde los 3 a los 12 años y diámetros a la altura del pecho desde 8,6 cm hasta 32,0 cm. Los árboles fueron obtenidos de todas las regiones del país donde se planta la especie comercialmente. Se ajustó el modelo de Kozak ($y = -3,6744 (x-1) + 2,1388 (x^2-1)$) que presentó un alto coeficiente de determinación de $r^2 = 0,9258$ y un bajo valor en el error estándar de la medición (S_{yx} de 0,2713). Los residuos mostraron una distribución adecuada alrededor del eje horizontal sin registrar patrones anómalos. La validación del modelo se realizó con una muestra de 61 árboles independientes a los utilizados en el ajuste del modelo, que registraron un porcentaje de sesgo del modelo general de un 2,1%. De ésta última ecuación se derivó una función para estimar un diámetro a cualquier altura deseada:

$d_i = \sqrt{dap^2 * \left[-3,6744 * \left(\frac{h_i}{h_t} - 1 \right) + 2,1388 * \left(\frac{h_i^2}{h_t^2} - 1 \right) \right]}$, con un sesgo de -0,89%. Así también, se derivó un modelo para estimar la altura a cualquier diámetro deseado, que registró un sesgo de 5,9%:

$$h_i = ht * \left(\frac{3,6744 \pm \sqrt{13,5015 - 8,5552 * \left(-\frac{d_i^2}{dap^2} + 1,5357 \right)}}{4,2775} \right)$$

El modelo derivado para estimar un volumen con corteza entre dos alturas, tuvo un sesgo de -0,17%:

$$Vol = \frac{\pi}{4} * dap^2 * 10^{-4} * ht * \left[1,5357 * \left(\frac{h_i}{ht} \right) - 1,8372 * \left(\frac{h_i}{ht} \right)^2 + 0,7129 * \left(\frac{h_i}{ht} \right)^3 \right]$$

Adicionalmente, se ajustó un modelo cuadrático para predecir la altura total a partir del dap ($ht = 0,9822*dap - 0,0043*dap^2$), con un valor de r^2 de 0,9841 y un porcentaje de sesgo de 1,2% en el proceso de validación.

Palabras clave: clon, teca, *Tectona grandis*, conicidad, biometría, regresión.

Introducción

El árbol de teca (*Tectona grandis* L. f.) pertenece a la familia Lamiaceae y es la especie exótica más utilizada en reforestación comercial de muchos países tropicales incluidos Costa Rica. Este árbol es originario de Birmania, Tailandia, Laos y la India (Keogh 1980; Briscoe 1995). Su madera registra al menos 25 tipos de uso (Weaver 1993), que van desde la construcción completa de una casa, hasta postes y piezas de ebanistería. La especie fue introducida por los británicos en América Latina a través de Trinidad y Tobago en 1913 (Keogh 1980). De este lugar se extendió a Honduras, Panamá y Costa Rica entre 1926 y 1929 y luego, continuó hacia casi toda la región tropical de los países latinoamericanos (Tewari 1999, Pandey y Brown 2000; Schnell e Schuhli y Paludzyszyn 2010).

Desde los años 80 se inician los trabajos en mejoramiento genético de la teca en la región, que rápidamente se orientaron hacia el desarrollo de las tecnologías de clonación (Murillo y Badilla 2004a; Murillo, Wright, Monteuis y Montenegro 2013). Hoy día, la reforestación clonal con esta especie avanza rápidamente en la región en países como Costa Rica, Brasil, Nicaragua, México y Ecuador, debido a su impacto en productividad, homogeneidad, calidad del fuste y sobretodo, en el desarrollo de plantaciones con un mayor valor económico (Murillo y Guevara 2013). La cooperativa internacional de mejoramiento genético forestal desarrollada desde Costa Rica (GENFORES), reporta en sus programas clonales un progreso medio de un 20-25% en volumen comercial y una disminución de 1-2 años en su ciclo de producción (Badilla y Murillo 2017). Como resultado inmediato, los árboles que han sido rigurosamente seleccionados y clonados, manifiestan una mayor altura comercial, altura total, rectitud y mayor cilindridad de fuste (Murillo y Badilla 2009a; Vallejos *et al.* 2010). En suma, se manifiesta en la acumulación de un mayor volumen comercial por árbol y de muy alta calidad para aserrío (Monteuis *et al.* 2011; Murillo, Wright, Monteuis y Montenegro 2013; Badilla y Murillo 2017). Estos árboles presentan una menor conicidad y mayor altura comercial, que afectan su relación altura/diámetro. Estos

cambios afectan sustancial y significativamente las relaciones alométricas que determinan el volumen total y comercial del árbol.

En la actualidad solo hay disponibles funciones de volumen elaboradas con árboles provenientes de rodales semilleros, tal y como las reportadas por Camacho y Madrigal (1997) y Pérez y Kanninen (2003). La predicción de las cosechas intermedias y finales dependerá en gran parte de la exactitud de las ecuaciones de volumen de árboles individuales, esenciales para la construcción de tablas de rendimiento.

Las funciones matemáticas de estimación del volumen en teca se reportan en el país desde los años 90 (Camacho y Madrigal 1997; Pérez y Kanninen 2003; Mora y Hernández 2007). Sin embargo, la base de datos empleada proviene de plantaciones originadas con semilla de rodales semilleros, con una gran variación en su relación altura/diámetro y donde el árbol promedio no supera los 8m de altura comercial (Murillo y Badilla 2009b). La mayoría de estas funciones estiman el volumen total del árbol o comercial neto, sin considerar la variación en la altura comercial, ni diferencias de calidad del fuste. Los modelos no incluyen el efecto del mejoramiento genético en la forma de los árboles, lo que produce una subestimación del volumen comercial en árboles de teca seleccionados o mejorados. Ninguna de las funciones reportadas con teca incluye modelos de perfil de fuste, que permitan luego poder estimar el valor del diámetro a cualquier altura comercial deseada (Ortiz 2011).

De manera análoga al problema de la estimación del volumen comercial, la relación altura total/DAP sufrió el efecto del mejoramiento genético. Los árboles mejorados no solo son más cilíndricos, sino que expresan una mayor altura total en las mismas condiciones ambientales, producto de su mayor eficiencia fisiológica (Murillo y Badilla 2009a). La estimación de la altura total tiene gran relevancia para modelos de crecimiento, calidad de sitio, estimación de volumen total para estudios de fijación de carbono o de producción de biomasa, y finalmente, es esencial para lograr utilizar las funciones de perfil de fuste en modelos de conicidad o ahusamiento (Ortíz 2011). Sin embargo, pocos trabajos se reportan sobre la predicción de la altura total en esta

especie. Para su estimación se utilizan por lo general modelos lineales hipsométricos basados en el DAP, debido a su simpleza y fácil utilización en inventarios. Sin embargo, también se han utilizado modelos no lineales (Gompertz) que suelen superar a los no lineales. Recientemente se han venido utilizando las redes neurales artificiales o RNA, con un primer caso exitoso en teca en Mato Grosso, Brasil, que registró el menor error de estimación (Vendruscolo *et al.* 2017). Sin embargo la base de datos fue muy limitada, basada en un único ensayo de espaciamientos en un solo sitio, por lo que podría calificarse como un trabajo exploratorio, pero novedoso por el procedimiento de las RNA. Con otro enfoque innovador, Murillo *et al.* (2016) publican un modelo de predicción de la altura total en clones de teca, pero en relación con su edad (ht/edad). Su base de datos es muy sólida, la edad se expresa en meses efectivos de crecimiento, pero fue diseñado como una herramienta de control de calidad del crecimiento y se restringe a los primeros 5 años o 60 meses de crecimiento efectivo.

Dada la relevancia y necesidad de contar con un modelo del perfil de fuste y de predicción de la altura total, se realizó esta investigación con el propósito de poder utilizar ambos en el contexto actual de silvicultura clonal de teca.

Los objetivos de este trabajo fueron:

- Desarrollar un modelo de perfil de fuste comercial para plantaciones clonales de *Tectona grandis* pertenecientes a la colección de teca de GENFORES, en ensayos hasta los 12 años de edad, mediante el ajuste por regresión del modelo de Kozak.
- Generar un modelo de predicción de la altura total a partir del diámetro para plantaciones clonales de *Tectona grandis* pertenecientes a la colección de teca de GENFORES, en ensayos hasta los 12 años de edad.

Metodología

La información se obtuvo a partir de mediciones de árboles tumbados provenientes de plantaciones clonales de la especie *Tectona grandis* de diferentes zonas del país: Pacífico Sur (Osa) y Zona Norte (San Carlos) y Pacífico Norte (Guanacaste, Península y Nicoya). Para el estudio se contó con un total de 313 árboles tumbados con edades desde los 3 a los 12 años, con diámetros a la altura del pecho desde 8,6 cm hasta 32,0 cm (252 árboles se utilizaron en el modelo de regresión y 61 árboles en la validación). La cubicación de los árboles tumbados se realizó mediante la medición de diámetros con corteza (cm) a diferentes alturas de fuste: en la base del árbol (0,10 m), altura de pecho (1,30 m), a los 2,5 m, 5 m y 10 m. Se midió también en el suelo, la altura en el fuste donde el diámetro alcanza los 5 cm, la altura donde el diámetro alcanza los 10 cm y la altura total del árbol en metros.

La base de datos fue compilada a partir de la cubicación de árboles en todas las regiones del país. Los datos fueron revisados minuciosamente para eliminar información inconsistente que pudiera afectar el ajuste del modelo. Se incluyó solamente los árboles con el registro completo de mediciones. Toda la información fue registrada y ordenada en una hoja EXCEL.

Ajuste del modelo de conicidad:

En la base de datos creada en EXCEL agregaron dos columnas adicionales para incorporar: el cociente entre d_i y d_{ap} (d_i/d_{ap}) y, el cociente entre h_i y h_t (h_i/h_t). Consecuentemente, se construyó un gráfico d_i/d_{ap} contra h_i/h_t , con el fin de detectar datos sesgados y verificar que la variable dependiente (d_i/d_{ap}), tuviese una buena relación con respecto a la variable independiente (h_i/h_t). La elaboración de la función de conicidad se realizó a través del ajuste por regresión del modelo de Kozak (Ortiz 2011).

Modelo de Kozak:

$$y = a + b * x + c * x^2$$

$$y = \frac{di^2}{dap^2} \quad x = \frac{hi}{ht}$$

Al modelo se le introdujo la restricción $a + b + c = 0$; esto aseguró que cuando el **hi = ht** el **di = 0**, por lo que la ecuación se transformó en:

$$\frac{di^2}{dap^2} = b * \left(\frac{hi}{ht} - 1 \right) + c * \left(\frac{hi^2}{ht^2} - 1 \right)$$

Debido a que el modelo se le forzó a pasar por el origen, su intercepto es igual a cero.

De manera simplificada se puede obtener de la función ajustada:

- a) La estimación de cualquier diámetro deseado (d_i) a una altura conocida.
- b) La estimación de cualquier altura deseada (h_i) a un diámetro conocido, por ejemplo, a un diámetro mínimo comercial.
- c) La estimación del volumen del fuste comprendido entre dos alturas (h_1 y h_2).

La expresión para estimar el diámetro del fuste a cualquier altura deseada es como sigue:

$$d_i = \sqrt[2]{dap^2 * \left[b * \left(\frac{h_i}{h_t} - 1 \right) + c * \left(\frac{h_i^2}{h_t^2} - 1 \right) \right]} \quad (1)$$

donde:

dap = diámetro a la altura del pecho (cm)

h_i = valor (m) de alguna altura deseada, por ejemplo, altura a 10m de fuste o cuatro trozas de madera.

h_t = valor (m) estimado o conocido de la altura total del árbol.

b y c , constantes de la regresión.

Mientras que la expresión para estimar a qué altura del fuste se encuentra un diámetro deseado, por ejemplo, un diámetro mínimo comercial, se obtiene como sigue:

$$\frac{d_i^2}{dap^2} = b * \left(\frac{h_i}{h_t} - 1 \right) + c * \left(\frac{h_i^2}{h_t^2} - 1 \right)$$

$$\frac{d_i^2}{dap^2} = \frac{bh_i}{h_t} - b + \frac{c*h_i^2}{h_t^2} - c$$

$$0 = \frac{bh_i}{h_t} + \frac{c*h_i^2}{h_t^2} + \left[\frac{-d_i^2}{dap^2} - b - c \right]$$

Debe recordarse que esta expresión corresponde a la solución de una función general de segundo grado,

$0 = ax^2 + b + c$, cuya solución general es como sigue,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$h_i = h_t * \left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c \left(-\frac{d_i^2}{dap^2} - b - c \right)}}{2c} \right) \quad (2)$$

La expresión para estimar el volumen del árbol entre dos alturas dadas, se obtiene de la siguiente forma:

$$g(h_i) = \frac{\pi}{4} * dap^2 * 10^{-4} * h_t * \left[(-b - c) * \frac{h_i}{h_t} + \frac{b*h_i^2}{2*h_t^2} + \frac{c*h_i^3}{3*h_t^3} \right] \quad (3)$$

Modelo de predicción de la altura total a partir del diámetro:

Como puede observarse de las funciones 1, 2 y 3 anteriores, para estimar diámetros, alturas y volúmenes deseados, es necesario conocer el valor de la altura total para obtener su solución. La estimación de la altura total también suele ser de suma utilidad en análisis de calidad de sitio, en la estimación del volumen total, entre otras aplicaciones (Ortiz 2011).

Del modelo ajustado de Kozak no es posible derivar una función h_i para la estimación de la altura total (h_t). De todas las posibles h_i que se pueden estimar, la $h_i = h_t$ es la única que resulta en un valor redundante = 1. Por tanto, fue necesario ajustar un modelo independiente para estimar la altura total de los árboles. Con la misma base de datos se procedió a ajustar el mejor modelo posible de predicción de la altura total, utilizando la opción de regresión en la hoja electrónica EXCEL. La selección del mejor modelo se realizó a través de los siguientes criterios estadísticos:

a) Coeficiente de determinación (r^2): Indica la proporción de la variación total observada en la variable dependiente, explicada por el modelo utilizado. El coeficiente se calculó de la siguiente manera:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{\sum(Y_{obs} - Y_{med})^2}$$

Donde:

Y_{obs} = es cada uno de los valores observados de la variable dependiente.

Y_{est} = es cada uno de los valores de la variable dependiente estimados a través del modelo de regresión desarrollado.

Y_{med} = es la media aritmética de la variable dependiente.

b) Error estándar de la medición (S_{yx}): este es el segundo estadístico más utilizado para comparar modelos de regresión (Ortiz, 2011). Se determinó de la siguiente manera:

$$S_{yx} = \sqrt{\left[\frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{n - p} \right]}$$

Donde:

n : número de observaciones incluidas en el análisis.

p : número de coeficientes en el modelo de regresión.

c) Análisis de residuos: Se definió como un residuo (*resd*) a la diferencia entre el valor observado de la variable dependiente (*Yobs*) y el valor estimado o predicho por el modelo de regresión (*Yest*).

$$Resd = Yobs - Yest$$

Validación del modelo DAP/altura total:

Se utilizó una muestra independiente de 61 árboles (20%) procedentes de la base de datos original y que no habían sido utilizados en el ajuste del modelo. Se tomaron árboles de todas las categorías diamétricas y de diferentes sitios de medición. Los diámetros de esta base de datos oscilaron entre 9,1 y 31,1 cm, mientras que sus alturas variaron de 7,8 a 25,8 m. La validación del modelo ajustado se basó en el análisis del sesgo:

$$S\% = \frac{\sum(Yobs - Yest)}{\sum(Yobs)} * 100$$

Resultados

El cuadro 1 muestra la distribución diamétrica de los 313 individuos utilizados (252 individuos para la ecuación y 61 individuos para la validación) para el ajuste de la ecuación de conicidad para *Tectona grandis*. Los árboles fueron organizados en clases diamétricas con intervalos de 5 cm, con valores desde los 8,6 cm hasta los 32,0 cm. La clase diamétrica con mayor número de individuos fue la de 10 a 15 cm, seguida por las clases de 15 a 20 cm y 20 a 25 cm. La altura total de los árboles osciló desde los 6,3 a los 26,5 m.

Cuadro 1. Distribución por clase diamétrica (dap) de los árboles utilizados para el ajuste del modelo de conicidad para clones de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Sitio	Dap (cm)					Total
	< 10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	General
Pacífico Norte_Guanacaste	0	19	26	21	12	78
Pacífico Sur_Osa	8	39	22	0	0	69
Zona Norte_San Carlos	146	20	0	0	0	166
Total General	154	78	48	21	12	313

La relación entre la variable dependiente (d_i/dap) y la independiente (h_i/ht) se muestra en la figura 1.

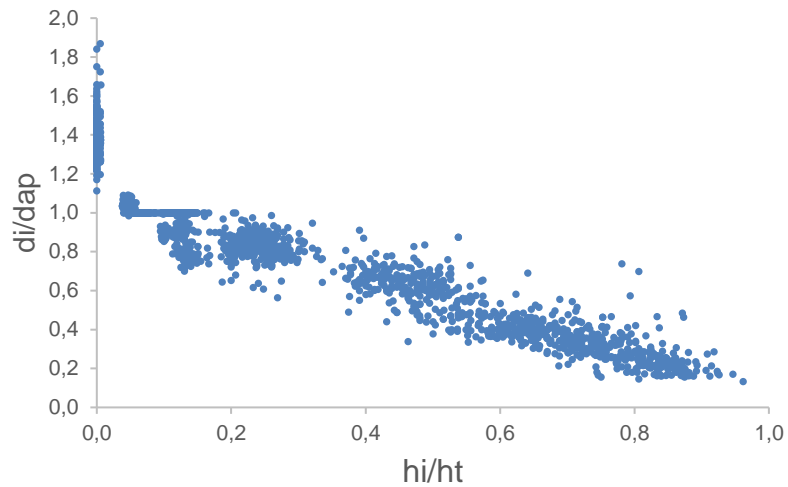


Figura 1. Relación entre di/dap con respecto a hi/ht en *Tectona grandis* clonal en Costa Rica.

El ajuste del modelo de Kozak (1969; citado por Ortiz, 2011) mediante el análisis de regresión fue el siguiente:

$$y = -3,6277(x-1) + 2,1030(x^2-1)$$

Para el modelo de Kozak: $y = \frac{di^2}{dap^2}$ $x = \frac{hi}{ht}$

El R^2 obtenido fue de 0,9312 y el Syx fue de 0,2592

El análisis de los residuos del modelo seleccionado se observa en la figura 2. La figura 2a muestra la distribución de los residuos con respecto a la variable independiente $(hi/ht)-1$. La figura 2b presenta los residuos con respecto a la variable $(hi^2/ht^2)-1$.

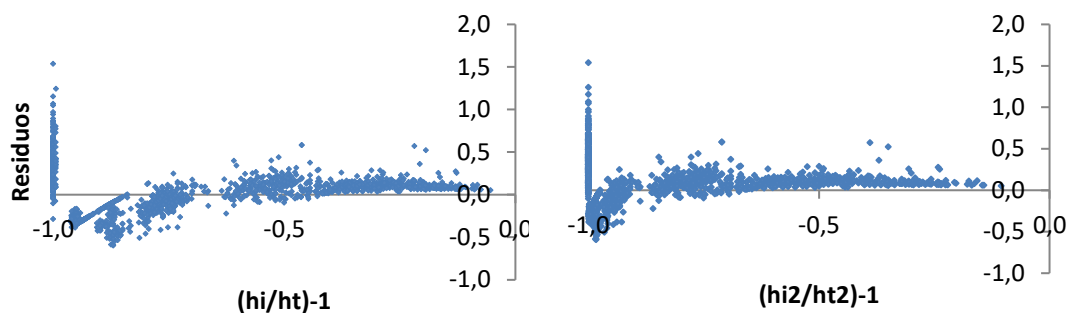


Figura 2. Distribución de los residuos con respecto a la variable independiente $(h_i/h_t)-1$ de la función escogida (izquierda). Distribución de los residuos con respecto al $(h_i^2/h_t^2)-1$ de la función seleccionada (derecha), para el modelo de ahusamiento de teca clonal en Costa Rica.

Para la validación del modelo seleccionado se utilizó el estadístico del porcentaje de sesgo (S%), el cual registró un valor de 4%. Posteriormente, se ajustó un nuevo modelo con la incorporación de los 61 árboles utilizados en la validación, cuya función registró un nuevo dato de sesgo de 2,1% (cuadro 2).

Cuadro 2. Función de conicidad ajustada a partir de la totalidad de los datos (incluyendo los árboles utilizados en la validación) para clones de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Modelo de Kozak	r^2	Syx	Sesgo (%)
$\frac{di^2}{dap^2} = -3,6744 \left(\frac{hi}{ht} - 1 \right) + 2,1388 \left(\frac{hi^2}{ht^2} - 1 \right)$	0,9258	0,2713	2,1

En el modelo de Kozak ajustado se obtuvo que sus parámetros de la regresión resultaron significativamente diferentes de cero (cuadro 3).

Cuadro 3. Estadísticos de los parámetros de la regresión del modelo de conicidad de Kozak en la población de clones de teca.

Parámetros	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad (p> 0)
Intercepción	0	N/A	N/A	N/A
(hi/ht)-1	-3,6744	0,0587	-62,5632	< 0,001
(hi ² /ht ²)-1	2,1388	0,0511	41,8951	< 0,001

Del modelo ajustado de perfil de fuste (cuadro 2) se derivó un sistema de ecuaciones que permiten calcular un diámetro a cualquier altura deseada, una altura a cualquier diámetro y, un volumen entre dos alturas (cuadro 4).

Cuadro 4. Sistema de ecuaciones derivado del ajuste del modelo de conicidad de Kozak para clones de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Modelo	Descripción	Función
1	un diámetro (d _i) a cualquier altura	$d_i = \sqrt{dap^2 * \left[-3,6744 * \left(\frac{h_i}{h_t} - 1 \right) + 2,1388 * \left(\frac{h_i^2}{h_t^2} - 1 \right) \right]}$
2	una altura (h _i) a cualquier diámetro	$h_i = ht * \left(\frac{3,6744 \pm \sqrt{13,5015 - 8,5552 * \left(-\frac{d_i^2}{dap^2} + 1,5357 \right)}}{4,2775} \right)$
3	un volumen entre dos alturas	$Vol = \frac{\pi}{4} * dap^2 * 10^{-4} * ht * \left[1,5357 * \left(\frac{hi}{ht} \right) - 1,8372 * \left(\frac{hi}{ht} \right)^2 + 0,7129 * \left(\frac{hi}{ht} \right)^3 \right]$

El modelo para la estimación de cualquier diámetro deseado a una altura conocida (cuadro 4, modelo 1) registró un valor de sesgo de -0,89%, y para la estimación de cualquier altura a un diámetro conocido (cuadro 4, modelo 2) registró un valor de sesgo de 5,9%. La estimación de volumen con corteza entre dos alturas (cuadro 4, modelo 3) registró un valor de sesgo de -0,17%. La nueva distribución de los residuos contra los d_i observados, se muestran en la figura 3.

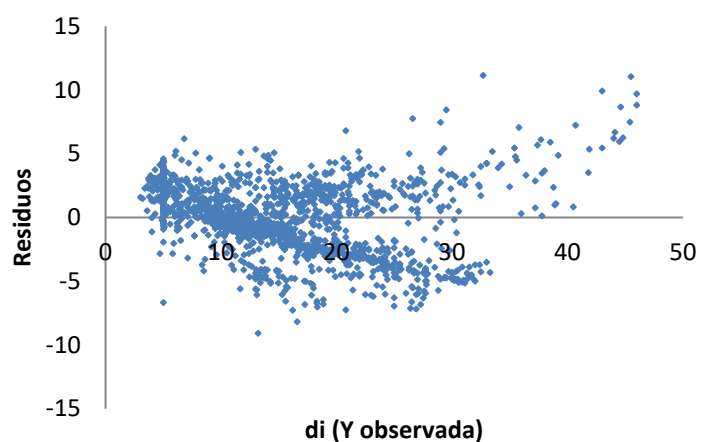


Figura 3. Distribución de los residuos con respecto al d_i a cualquier altura deseada (Y observada) del modelo 1 en el Cuadro 4, para la función de ahusamiento de teca clonal en Costa Rica.

Con respecto al modelo ajustado para estimar la altura total a partir del DAP, en el cuadro 5 se anotan los parámetros estadísticos respectivos, donde puede observarse su consistencia y alto grado de explicación de la variación. Los coeficientes de la regresión cuadrática muestran su diferencia significativa de cero.

Cuadro 5. Ajuste del modelo ht/DAP para árboles clonados de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Modelo		r ²	Syx	Sesgo (%)
$ht = 0,9822 * dap - 0,0043 * dap^2$		0,9882	1,7412	1,2
Parámetros	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad (p> 0)
Intercepción	0	N/A	N/A	N/A
dap ²	-0,0043	0,0010	-4,3860	< 0,001
dap	0,9822	0,0212	46,2454	< 0,001

En la figura 4 se muestra una buena relación entre la variable dependiente (ht) y la independiente (dap) del modelo de predicción de la altura total a partir del DAP. Estos resultados muestran un modelo con muy buen ajuste y con alta capacidad de explicación de la variación observada, que le confiere una alta confiabilidad en su utilización.

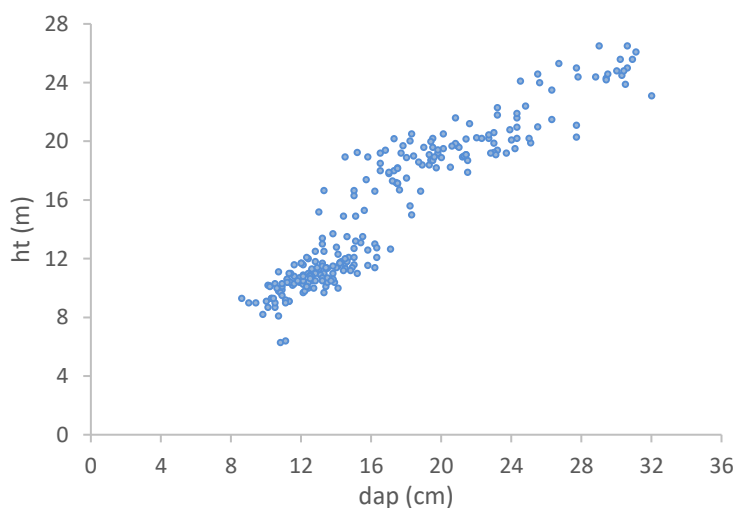


Figura 4. Relación entre la altura total (ht) con respecto al DAP, en árboles clonados de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Discusión

Los árboles utilizados en el ajuste del modelo son de una edad entre 3 y 12 años, provenientes de la Zona Norte del país (53%), Pacífico sur (22%) y Pacífico Norte (25%). Que corresponde con las tres regiones de mayor inversión en plantaciones de teca en el país. Se puede observar en el cuadro 1 que hay una buena representatividad de árboles en las primeras tres categorías diamétricas (desde 10 hasta 25 cm), todas con más de 45 individuos. Las restantes dos categorías diamétricas superiores (25 y 30 cm) registraron pocos individuos, por lo que será conveniente a futuro, continuar incorporando árboles al modelo con más de 30 cm de dap y de mayor edad. Los árboles tumbados y cubicados provienen todos de plantaciones de teca establecidos a espaciamientos de 3 x 4m o 4 x 4m. En todos los casos, las plantaciones fueron raleadas oportunamente, la mayoría al año 4 y 8 de edad, para el I y II raleo respectivamente. Esto permite asegurar que la base de datos proviene de condiciones de manejo (densidad) muy semejantes entre todos los sitios evaluados. Así también, garantiza que la relación altura/diámetro haya sido más homogénea en todos los árboles utilizados en la construcción del modelo.

Los árboles provenientes de los rodales de Guanacaste (Pacífico seco) aportaron información importante para realizar el ajuste de las ecuaciones, ya que permitieron añadir información en las categorías 20 a 35 del DAP. Sin embargo, la poca cantidad de observaciones con diámetros superiores a los 30 cm es una limitante del modelo, que se espera sea corregida a futuro. Sin embargo, los resultados del buen ajuste del modelo, la base amplia de datos utilizada, la validación del modelo y el bajo valor de sesgo, sugieren que el modelo es robusto, confiable y de plena utilización. Sin embargo, para árboles de mayor dimensión, el modelo en general debe utilizarse con precaución. Para utilizar estas funciones en plantaciones clonales de teca en la región fuera de Costa Rica, es importante revisar que las condiciones de densidad inicial (600 a 900 árboles/ha) y manejo de la plantación (raleos cada 4 años) se hayan mantenido con estándares similares.

La figura 1 muestra una buena relación entre la variable dependiente (d_i/dap) y la variable independiente (h_i/ht), que permite generar una unidad de altura comparable entre árboles de distintas dimensiones diamétricas (Prodan *et al.* 1997). Se observa una buena distribución de los datos, que permite que la variación de un diámetro de interés (d_i) pueda ser relacionada con respecto a una altura h_i . Se podrá entonces inferir que cuando la relación $d_i/dap = 1$, $h_i = 1,30$. Los criterios estadísticos usados para seleccionar el mejor modelo fueron los usuales (valor de r^2 y error estándar). Otros criterios utilizados fueron la facilidad de medición de las variables en campo y principalmente, el criterio de facilidad de aplicación para el usuario. Por ésta razón se ajustó únicamente el modelo de Kozak, por su facilidad y operatividad, además de sus bondades de ajuste. En el cuadro 3 se observa que todos sus parámetros son significativamente diferentes de cero.

Los modelos de ahusamiento permiten estimar un diámetro del árbol a cualquier altura conocida, por ejemplo una altura de fuste comercial. El sesgo de esta función (No 1, cuadro 4) fue sumamente bajo con una muy leve tendencia a la subestimación de -0,89%. Lo cual corrobora la exactitud y confiabilidad del modelo ajustado. Así también, se deriva una segunda función que permite estimar la altura en el fuste donde se encuentra un diámetro (d_i) conocido, ejemplo un diámetro mínimo comercial. El modelo matemático permite también determinar el volumen del árbol entre dos segmentos de altura cualesquiera (h_1 y h_2) (Ortiz, 2011). Esto es de gran utilidad, por ejemplo, para la estimación del volumen comercial a obtener en un árbol a distintos diámetros mínimos, para distintos productos deseados. El otro elemento es la facilidad para poder utilizar las ecuaciones, de las cuales se pueda derivar funciones para estimar un diámetro (d_i) a cualquier altura deseada o también, una altura de fuste (h_i) donde se localice un diámetro mínimo comercial deseado. Con este objetivo se obtuvo de la ecuación original de Kozak las funciones cuadráticas derivadas en el cuadro 4.

Las figuras 2a y 2b mostraron la distribución de la magnitud de los residuos con respecto a las variables independientes del modelo de Kozak, que para ambos casos se aprecian con un mismo patrón, con una ligera dispersión inicial de valor positivo, que luego se distribuye en forma homogénea a lo largo del eje horizontal. En su mayoría, los residuos se desvían en menos de un valor de 0,5 con respecto al eje vertical. El estadístico del proceso de validación mostró que el porcentaje de sesgo fue de 4%, cuyo valor positivo surgió de la diferencia entre los Yobs – Yest, donde el valor de los Yobs fue mayor. Esto implica que el modelo tiende a subestimar ligeramente los valores de los estimados en relación con el valor cierto. Se optó por ajustar una nueva función, donde se agregaron los 61 árboles destinados para validar la función, a la base de datos original utilizada para ajustar los modelos. El nuevo set de datos fue sometido al ajuste por análisis de regresión bajo el mismo modelo de Kozak; los coeficientes y la nueva función generada se muestran en el Cuadro 2. Puede observarse que al agregar los 61 árboles utilizados para evaluar el sesgo, el modelo sufrió un leve deterioro al disminuir su coeficiente de determinación de r^2 desde 0,9312 a un r^2 de 0,9258. La desviación estándar Syx aumentó levemente de un valor de 0,2592 a un nuevo valor de Syx = 0,2713. Sin embargo, el modelo aumentó su representatividad al utilizar 313 árboles provenientes de todas las regiones importantes del país y registró un valor inferior de sesgo, ahora de 2,1%. Las funciones derivadas son presentadas en el cuadro 3. En el cuadro 4 se muestra que todos los parámetros de la regresión son válidos y distintos de cero. El modelo muestra su robustez, exactitud y ser adecuado para su utilización en la estimación de diámetros y alturas en árboles clonados de teca.

En relación con el modelo de estimación de la altura total a partir del DAP, éste registró un excelente ajuste (cuadro 5). Todos sus parámetros registraron valores altos, error típico bajo y un porcentaje de sesgo de 1,2%, como resultado de la validación.

La relación altura total/DAP que se exhibe en la figura 4, muestra que los datos siguen fielmente la pendiente de la función. Se puede observar un fenómeno usual en la teca, que registra una relación de crecimiento de 1:1 entre ambas variables, aproximadamente los primeros 5 años de edad (DAP = 20 cm). De ahí en adelante, poco a poco va declinando conforme envejece. Este modelo es altamente confiable, de muy fácil utilización y se fundamenta en una única variable de fácil medición.

Futuros trabajos deberán incorporar nuevas mediciones de árboles, preferiblemente de mayor categoría diamétrica, de nuevos sitios y de ser posible, con edades superiores a los 10 años.

Conclusiones

Se concluye que el modelo de Kozak ajustado para árboles clonados de teca en Costa Rica, es seguro, de fácil utilización y funcionalidad para individuos con DAP < 35 cm. Se debe utilizar con precaución si los árboles son de mayor dimensión. El modelo se podrá utilizar en la región, fuera de Costa Rica, si y solo si, las condiciones de densidad y manejo de la plantación han sido semejantes, con una población inicial entre 600 y 900 árboles/ha, raleos cada 4 años. El modelo de ahusamiento ajustado y validado fue basado en la función de Kozak cuya expresión es la siguiente:

$$y = -3,6744 (x - 1) + 2,1388 (x^2 - 1), \text{ con un } r^2 = 0,9258 \text{ y un sesgo de } 2,1\%.$$

Las ecuaciones que se derivan de la función principal de perfil de fuste son las siguientes:

$$d_i = \sqrt{dap^2 * \left[-3,6744 * \left(\frac{h_i}{h_t} - 1 \right) + 2,1388 * \left(\frac{h_i^2}{h_t^2} - 1 \right) \right]}$$

$$h_i = ht * \left(\frac{3,6744 \pm \sqrt{13,5015 - 8,5552 * \left(-\frac{d_i^2}{dap^2} + 1,5357 \right)}}{4,2775} \right)$$

$$Vol = \frac{\pi}{4} * dap^2 * 10^{-4} * ht * \left[1,5357 * \left(\frac{h_i}{ht} \right) - 1,8372 * \left(\frac{h_i}{ht} \right)^2 + 0,7129 * \left(\frac{h_i}{ht} \right)^3 \right]$$

Para estimar la altura total se podrá utilizar el modelo:

$$ht = 0,9822 * dap - 0,0043 * dap^2$$

Recomendaciones

Se recomienda incluir a futuro en la base de datos, información de árboles clonados de teca con DAP superior a los 30 cm, preferiblemente de más de 10 años de edad y de nuevas plantaciones o procedencias.

Referencias

- Badilla, Y.; Murillo, O. 2017. Ganancia genética realizada en plantaciones clonales de teca en Costa Rica. En: I Simposio Internacional GENFORES. 26-27 enero, 2017. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago, Costa Rica.
- Briscoe C. 1995. Silvicultura y manejo de teca, melina y pochote. Diseminación del cultivo de árboles de uso múltiple. MADELEÑA/USAID/G-CAP/RENARM Y FINNIDA/PROCAFOR (Proyecto 1). Turrialba, CR. CATIE. 44p. (Serie Técnica no. 270)
- Camacho P. y Madrigal T. 1997. Ecuaciones de volumen preliminares para *Tectona grandis*. III Congreso Forestal nacional. 12–29 de Agosto. San José, Costa Rica. 131–133 p.
- Keogh, R. 1980. Teak (*Tectona grandis*) provenances of the Caribbean, Central America, Venezuela and Colombia. Presented at the Rio Piedras IUFRO Meeting, Working Group S1.07.09 (Rio Piedras, Puerto Rico, 8--12 Sept.). p. 343-358
- Monteuuis, O; Goh, DKS; Garcia, C; Alloysius, D; Gidiman, J; Bacilieri, R; Chaix, G. 2011. Genetic variation of growth and tree quality traits among 42 diverse genetic origins of *Tectona grandis* planted under humid tropical conditions in Sabah, East Malaysia. *Tree Genetics and Genomes* 7(6):1263-1275
- Mora, F; Hernández, W. 2007. Estimación del volumen comercial por producto para rodales de teca en el Pacífico de Costa Rica. *Agronomía Costarricense* 31(1): 101-112.
- Murillo, O; Badilla, Y. 2004a. Breeding teak in Costa Rica. In IUFRO Meeting. Forest Genetics and Genomics. (1–5 nov., Charleston, South Carolina, USA). www.ncsu.edu/feop/iufro_genetics2004/proceedings.pdf
- Murillo, O; Badilla, Y. 2009a. Mejora genética de la teca: avances y tendencias en los últimos 10 años. En Congreso Internacional del Cultivo de Teca (1. 16-17 set., 2009, Universidad de Quevedo, Ecuador).
- Murillo, O; Badilla, Y. 2009b. Calidad y valor en pie de plantaciones de teca en Costa Rica. En Congreso Internacional del Cultivo de Teca (1. 16-17 set., 2009, Universidad de Quevedo, Ecuador).
- Murillo, O; Guevara, Víctor. 2013. Estado de los recursos genéticos forestales de Costa Rica. MINAET/FAO/CONAGEBIO, San José, Costa Rica. 159 pp.
- Murillo, O.; Wright, J.; Monteuuis, O.; Montenegro, F. 2013. Capítulo 6: Mejoramiento genético de la teca en América Latina. En: De Camino, R.; Morales, J.P. (eds). Las plantaciones de teca en América Latina: Mitos y realidades. Boletín Técnico 397. CATIE. Turrialba, Costa Rica. 86-111 p.
- Murillo, O; Vallejos, Y; Badilla, Y; Guzmán, N; Luján, R; González, E. 2016. Crescimento efetivo mensal inicial em plantações de teca (*Tectona grandis*) em Costa Rica. *Revista Nativa* (Mato Grosso, Brasil). v.4 (2): 87-90, mar./abr. 2016.
- Ortiz E. 2011. Crecimiento y Rendimiento Forestal. INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA, ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL. Cartago. 94 p
- Pandey D., Brown C. 2000. La teca: una visión global. *Unasylva* 51(2): s.p.

- Pérez Cordero, L.D., Kanninen, M., 2003. Provisional equations for estimating total and merchantable volume of *Tectona grandis* trees in Costa Rica. *Forests, Trees and Livelihoods* 13, 345-359.
- Prodan, M.; Peters, R.; Cox, F.; Real, P. 1997. *Mensura Forestal*. IICA-BMZ-GTZ. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. San José, Costa Rica.
- Schnell e Schuhli, G; Paludzyszyn, F. 2010. O cenário da silvicultura de teca e perspectivas para o melhoramento genético. *Pesquisa Florestal Brasileira (Colombo)* 30(63): 217-230.
- Tewari D. 1999. A monograph on teak (*Tectona grandis* L.f.). Dehra Dun, India. International Book Distributors. 479 p.
- Vallejos, J., Y. Badilla, F. Picado & O. Murillo. 2010. Metodología para la selección e incorporación de árboles plus en programas de mejoramiento genético forestal. *Agronomía Costarricense* 33: 105-119.
- Vendruscolo, Chaves, Medeiros, da Silva, Souza, Drescher, Leite. 2017. Estimativa da altura de árvores de *Tectona grandis* L.f. utilizando regressão e redes neurais artificiais. *Revista Nativa (Sinop, MG, Brasil) Pesquisas Agrárias e Ambientais*. v.5, n.1, p.52-58, jan./fev. 2017.
- Weaver, P. 1993. *Tectona grandis* L.f. Teak (en línea). New Orleans, US. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station. Consultado 4 nov. 2007. Disponible en <http://www.fs.fed.us/global/iitf/Tectonagrandis.pdf>

CAPÍTULO 2. MODELOS DE CRECIMIENTO DAP-EDAD EN PLANTACIONES CLONALES DE TECA EN COSTA RICA

Resumen

Se ajustó un modelo de crecimiento DAP/edad para plantaciones clonales de teca en Costa Rica usando 2663 parcelas de tamaño variable, localizadas en la Zona Norte, Pacífico Norte y Pacífico Sur del país. Las edades de medición van desde 1 hasta 11 años de edad, los diámetros desde 2,6 cm hasta 35,8 cm. El modelo DAP/edad ajustado y elegido para plantaciones clonales de teca fue $DAP = 4,6854 * edad^{0,7200}$. Sus dos curvas-límites de confianza respectivas son $DAP = 6,0423 * edad^{0,7349}$ para el límite superior y, $DAP = 3,3306 * edad^{0,7052}$ para el límite inferior. El valor de r^2 fue de 0,772, el coeficiente de variación de 9,52%, el error estándar de la medición fue de 1,257. El modelo ajustado de crecimiento diamétrico contra edad para plantaciones clonales de teca, mostró su simplicidad, facilidad de interpretación y bondad de ajuste estadístico para la realidad de las plantaciones de esta especie en Costa Rica. El modelo podrá ser utilizado en la región tropical latinoamericana, siempre y cuando se cumplan condiciones similares de densidad inicial (625 a 850 árboles/ha), buen control de malezas y de manejo en general (raleos cada 3-4 años). Los parámetros estadísticos junto con la base de datos de amplia representatividad, permiten sugerir la utilización confiable del modelo en plantaciones clonales de teca con menos de 11 años de edad. Sin embargo, el uso del modelo más allá de los 11 años de edad es posible con precaución y con apoyo en las curvas de los límites de confianza. En futuros trabajos se deberá incluir parcelas preferiblemente de más de 10 años de edad, categorías diamétricas superiores a los 25 cm y de nuevos sitios de medición.

Palabras clave: teca (*Tectona grandis*), crecimiento, clones, modelos.

Introducción

La teca es una de las especies subtropicales y tropicales con mayor tradición de utilización y dispersión fuera de su zona de distribución natural. Su madera ha sido una de las más estudiadas, como lo demuestran los más de 4000 títulos en la literatura sobre el tema (Tewari 1992; Moya *et al.* 2010; Blanco-Flórez *et al.* 2014). Algunos autores consideran que la teca es una especie de rápido crecimiento (Lamprecht 1990, Betancourt 2000, Fonseca 2004, Pérez y Kanninen 2005), en tanto que otros la consideran como de crecimiento moderado (Francis y Lowe 2000, Krishnapillay 2000). Algunos investigadores afirman que el crecimiento es rápido en la etapa inicial, seguida por una etapa de crecimiento medio, el cual decrece paulatinamente (Chávez y Fonseca 1991, Ladrach 2009).

De acuerdo con Camino (2013), se han reportado modelos alométricos genéricos para el diámetro promedio para América Latina, donde el escenario optimista se ha determinado con la fórmula: $D = 7,4 * Hd^{0,76} * N^{-0,2}$. Para Costa Rica se han reportado varios modelos generales de crecimiento de teca, entre los más conocidos están los trabajos de Chávez y Fonseca (1991), Briscoe (1995), Vallejos (1996), Montero (1999), Fonseca (2004), Bermejo *et al.* (2004), Pérez y Kanninen (2003, 2005.) y Vallejo y Avendaño (2013). Perez *et al.* (2000) reportan un diámetro promedio de 21,5 cm a los 8 años, o también de 24,2 cm a los 9 años de edad, con una densidad inicial entre 800 y 1100 árboles/ha. En los índices de calidad de plantaciones propuestos por Murillo (2000), se estimaba como excelente una plantación con un valor de IMA del volumen comercial de 15 m³/ha/año. Modelos de crecimiento específicos DAP/edad se reportan por primera vez en el trabajo de Pérez y Kanninen (2005). Sin embargo, la gran mayoría de estos modelos carecen de datos de plantaciones clonales que hoy día constituyen más del 60% de las plantaciones en el país (Murillo y Guevara, 2013).

Todos los trabajos reportados se basan casi exclusivamente, de plantaciones de primera rotación originadas por semilla de rodales. Donde predominó un paquete tecnológico débil y de menor productividad (ausencia de preparación de suelos, de

control de malezas, etc.). Estos modelos subestiman la productividad y biomasa/carbono que se registra actualmente en las plantaciones de teca en el país.

Murillo y Badilla ajustaron en el 2015 un primer modelo de crecimiento general para teca en Costa Rica basado en la relación DAP/edad. En este estudio se utilizó una amplia base de datos mixtos con más de 1800 parcelas, provenientes de plantaciones con semilla y de plantaciones clonales. En este modelo, los valores de IMA se reportan con 19,64 m³/ha/año a los 15 años, mientras que 18,36 m³/ha/año a los 20 años, que superan claramente el umbral de los 15 m³/ha/año en 20 años con plantaciones de semilla. Un modelo reciente de crecimiento DAP/edad fue ajustado para teca clonal en Costa Rica, pero con un enfoque de control de calidad o crecimiento efectivo mensual (Murillo *et al.* 2016). Su base de datos se restringe al crecimiento diamétrico durante los primeros 60 meses de la plantación.

Actualmente la especie ha sido mejorada genéticamente de manera intensiva en los últimos 20 años en América Latina (Murillo y Badilla 2004a; Murillo *et al.* 2013), y los programas se han orientado agresivamente hacia la silvicultura clonal. Más del 60% de las plantaciones con teca en Costa Rica son basadas en clones de alto rendimiento (Murillo y Guevara 2013), con registros de ganancias genéticas entre 20 y 25% en volumen comercial y una reducción de 1 a 2 años en la rotación (Badilla y Murillo, 2017). Estas plantaciones clonales de mayor rendimiento requieren de nuevos modelos de crecimiento, que permitan poder realizar proyecciones certeras a futuro para mayor seguridad de los inversionistas. El objetivo de este trabajo fue desarrollar modelos de crecimiento DAP/edad y altura total/DAP de plantaciones clonales de *Tectona grandis* en Costa Rica, de sencilla y fácil aplicación. Con esto se pretende que el productor tenga una herramienta que le asista en la toma de decisiones sobre su cultivo de teca.

El objetivo de este trabajo fue generar curvas de crecimiento del diámetro a la altura del pecho (curva promedio y curvas al 95% de confiabilidad estadísticas, superior e inferior) en función de la edad en plantaciones clonales de teca en Costa Rica, hasta 11 años de edad.

Metodología

La información se obtuvo a partir de mediciones de parcelas provenientes de múltiples ensayos genéticos clonales y de plantaciones comerciales clonales de la especie en diferentes zonas del país: Pacífico Sur, Zona Norte y Pacífico Norte (Península y Nicoya). Para el estudio se contó con un total de 2663 parcelas con edades desde los 0,9 a los 11,0 años, con diámetros a la altura del pecho desde 2,6 cm hasta 35,8 cm. En cada parcela se registró en cada árbol la medición del diámetro con corteza a 1,30 m del suelo (DAP), así como la edad en años y mes de medición. Con el fin de reducir la variabilidad entre parcelas producto de tamaños diferentes, se utilizó el valor promedio diamétrico de la parcela como variable para el modelo DAP/edad. Todas las parcelas se obtuvieron de plantaciones o ensayos clonales establecidos con distanciamientos de 3x4 o 4x4 metros. El control de malezas y los raleos fueron aplicados en forma oportuna en todos los casos, como protocolo estándar utilizado en el país con esta especie. Los raleos fueron aplicados aproximadamente cada 4 años, con un máximo de 5 años para ejecutar el primero raleo. Las bases de datos se unificaron en una hoja EXCEL, donde se inspeccionaron minuciosamente para eliminar información inconsistente que pudiera afectar el ajuste posterior del modelo.

Ajuste de los modelos:

Con la base de datos completa y unificada se procedió con la construcción de un gráfico de DAP/Edad, con el fin de detectar datos sesgados y verificar que la variable dependiente (DAP), tuviese una buena relación con respecto a la variable independiente (edad). Los datos fueron analizados en la hoja electrónica EXCEL mediante la opción de regresión, de donde se evaluaron de forma independiente todas las opciones de modelos.

La selección del mejor modelo se realizó a través de los siguientes criterios estadísticos:

- Coeficiente de determinación (r^2): Indica la proporción de la variación total observada en la variable dependiente, que es explicada por el modelo utilizado (Ortiz, 2011). El coeficiente se calculó de la siguiente manera:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{\sum(Y_{obs} - Y_{med})^2}$$

Donde:

y_{obs} = es cada uno de los valores observados de la variable dependiente

y_{est} = es cada uno de los valores de la variable dependiente estimados a través del modelo de regresión desarrollado

y_{med} = es la media aritmética de la variable dependiente

- Error estándar de la medición (S_{yx}), que se determinó de la siguiente manera:

$$S_{yx} = \sqrt{\left[\frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{n - p} \right]}$$

n: número de observaciones incluidas en el análisis

p: número de coeficientes en el modelo de regresión

- Análisis de residuos: Se definió como un residuo ($resd$) a la diferencia entre el valor observado de la variable dependiente (Y_{obs}) y el valor estimado o predicho por el modelo de regresión (Y_{est}) (Ortiz, 2011).

$$Resid = Y_{obs} - Y_{est}$$

- Índice de ajuste (FI): Se utilizó para comparar la exactitud de los modelos en relación con su variable dependiente (DAP) que requirió ser transformada, mientras que los demás modelos se expresaron en unidades reales. Para los modelos sin transformar $FI = r^2$

$$FI = 1 - \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{e.u.r})^2}{\sum(Y_{obs} - Y_{med})^2}$$

Donde:

yobs: son cada uno de los valores observados de la variable dependiente, expresados en unidades reales, es decir sin transformar. Ye.u.r: son los valores de la variable dependiente, estimados a partir de modelo de regresión pero en unidades reales.

ymed: es la media aritmética de los valores observados de la variable dependiente, calculada a partir de valores sin transformar.

- Error estándar en unidades reales (Se): Fue útil para comparar los modelos que necesitaron ser transformados contra los modelos sin transformar. Para el caso de los modelos sin transformar el $Sy_x = Se$ (Ortiz, 2011).

$$Se = \sqrt{\left[\frac{\sum(Y_{obs} - Y_{e.u.r})^2}{n - p} \right]}$$

Donde:

n: es el número de observaciones

p: es el número de coeficientes en el modelo

- Coeficiente de variación (CV %) expresado en unidades reales, que permitió hacer comparaciones entre modelos.

$$CV = \left[\frac{Se}{Y_{med}} \right] * 100$$

Una vez elegido el mejor modelo con sus respectivos coeficientes de regresión, se procedió a construir una gráfica DAP/edad, que representó el percentil 50 de todas las observaciones. Con los parámetros del modelo (desviación estándar), se procedió a calcular los límites de confianza respectivos a un 95% de confiabilidad, con los que se determinó la curva del límite superior y la del límite inferior del modelo ($\bar{x} \pm t^*s$). Con la función promedio ajustada se obtuvieron valores de DAP para toda la serie de edades desde 1 hasta 12 años. A cada uno de estos valores se le determinó su valor superior e inferior, mediante la función $\bar{x} \pm t^*s$. Los datos de las dos funciones de límites de confianza se graficaron y se obtuvo sus parámetros de regresión. Las 3 funciones obtenidas se graficaron en una sola figura, que representa el crecimiento promedio esperado para el DAP a distintas edades, en plantaciones clonales de teca en Costa Rica.

Finalmente se graficó el mejor modelo existente en el país para plantaciones de teca originadas con semilla (Pérez y Kanninen, 2005), junto con el modelo ajustado en esta investigación, con el fin de mostrar visualmente el progreso en crecimiento e impacto de la silvicultura clonal. Así también con el fin de observar la posibilidad de proyección del modelo clonal más allá de los 11 años de edad.

Resultados

Los cuadros 6 y 7, muestran la distribución diamétrica de la base de datos de las 2663 parcelas utilizadas para el ajuste del mejor modelo elegido para la función DAP (cm)/edad (años) para plantaciones clonales de *Tectona grandis* en Costa Rica. En el cuadro 1, las parcelas fueron organizadas en clases diamétricas con intervalos de 5 cm, con valores desde los 2,6 cm hasta los 35,8 cm. La clase diamétrica con mayor número de parcelas fue la de 10 a 15 cm, seguida por las clases de 5 a 10 cm y 15 a 20 cm. En el cuadro 2 las parcelas fueron organizadas en clases de edad, con intervalos de 5 cm y con valores desde los 0,9 años hasta los 11 años. La clase de edad con mayor número de parcelas fue la de menos de 5 años de edad, seguida por la clase de 5 a 10 años.

La Zona Norte, con los sitios de Upala, San Carlos y Los Chiles, fue la región que aportó mayor número de parcelas con un total de 1363, seguida del Pacífico Norte o Guanacaste y Pacífico Sur con 827 y 473 parcelas respectivamente.

La clase diamétrica de menos de 5 cm está representada por 125 parcelas con edades entre 0,9 a 3,6 años, provenientes de la Zona Norte principalmente. La siguiente clase diamétrica de 5-10 cm fue aportada por parcelas de la Zona Norte, con 535 muestras y Pacífico Norte con 147 datos, cuyas edades variaron entre 0,9 a 6,6 años. La clase de 10-15 cm estuvo representada por 859 parcelas provenientes de todas las zonas del estudio, con edades que oscilaron entre 3 y 10 años, siendo la Zona Norte la que aportó la mayor cantidad de parcelas (515). Se observó que los dap promedio para las clases 15-20 y 20-25 cm estuvieron ubicados también en todas las zonas de estudio, disminuyendo la cantidad de parcelas de la Zona Norte y siendo más representativas las Zona de Pacífico Norte y Pacífico Sur, con edades que abarcan 4,6-11,0 años y 3,0-11,0 años respectivamente. La categoría de 25-30 cm tiene parcelas principalmente en las Zonas de Pacífico Norte y Pacífico Sur; aunque su cantidad total disminuye con respecto a las categorías anteriores, sus respectivas edades fueron 5,3

y 11,0 años. Por último, la clase de más de 35 cm cuenta con 1 parcela de 11 años de edad.

Cuadro 6. Distribución por clase diamétrica (DAP) de las parcelas muestreadas en tres regiones de Costa Rica para el ajuste de las curvas de clasificación de plantaciones clonales de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Sitio	Dap (cm) promedio / parcela								Total
	< 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35>	General
Pacífico Norte (Guanacaste)	1	147	211	272	153	41	0	1	827
Pacífico Sur	0	18	133	191	104	26	1	0	473
Zona Norte (San Carlos, Los Chiles, Upala)	124	535	515	157	30	2	0	0	1363
Total General	125	700	859	620	287	69	2	1	2663

Cuadro 7. Distribución por edad (años) de las parcelas muestreadas en tres regiones de Costa Rica para el ajuste de las curvas de clasificación de plantaciones clonales de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Sitio	Edad por parcela (años)			Total general
	< 5	5-10	10 >	
Pacífico Norte (Guanacaste)	307	447	73	827
Pacífico Sur	315	158	0	473
Zona Norte (San Carlos, Los Chiles, Upala)	1328	35	0	1363
Total general	1950	640	73	2663

La relación existente entre la variable dependiente (DAP promedio por parcela) y la independiente (edad) se muestra en la figura 5, así como la ecuación que presentó su mejor ajuste.

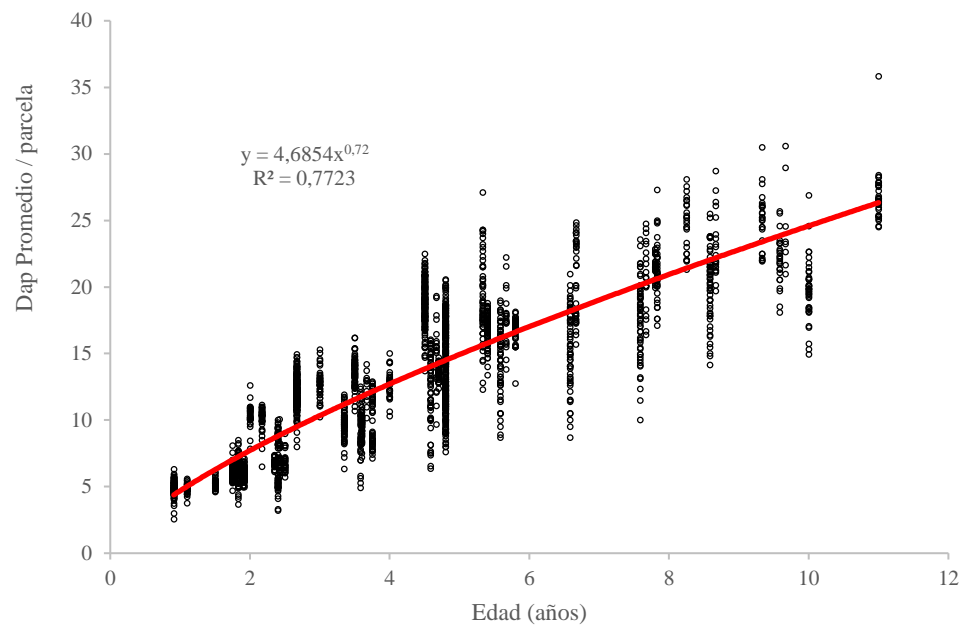


Figura 5. Modelo de mejor ajuste para la relación DAP promedio por parcela (cm) vs edad de plantaciones clonales (años) de *Tectona grandis* clonal en Costa Rica.

Los modelos generados a partir del análisis de regresión, se muestran en el cuadro 8, junto con sus respectivos estadísticos. Los modelos 3, 4 y 5 obtuvieron el mayor índice de ajuste (FI), el menor error estándar en unidades reales y menor coeficiente de variación, así como una buena distribución de residuos, principalmente en el modelo 3. El modelo 3 fue escogido como el mejor, ya que, al graficar la curva generada sobre los datos reales, presenta un comportamiento acorde a la nube de datos, no así los modelos 4 y 5, que caen en su crecimiento a partir del año 9.

Cuadro 8. Modelos evaluados para el ajuste de curvas de crecimiento DAP vs edad con sus respectivos estadísticos, para plantaciones clonales de teca en Costa Rica.

Modelos evaluados	R ² - ajust	Syx	Se	(FI)	CV%
1. Dap = 4,2398 + 2,1035 * (edad)	0,729	2,981	2,981	0,729	22,58
2. Dap = 2,8704 * (edad)	0,937	3,606	3,606	0,937	27,32
3. Dap = 4,6854 * edad ^{0,7200}	0,772	1,257	2,895	0,744	21,93
4. Dap = 1,3319 + 3,5476 * (edad) - 0,1377 * (edad ²)	0,754	2,841	2,841	0,754	21,52
5. Dap = 4,0844 * (edad) - 0,1821 * (edad ²)	0,960	2,861	2,861	0,960	21,67
6. Dap = 2,3616 + 19,3225 * log(edad)	0,735	2,949	2,949	0,735	22,34
7. Dap = 22,8158 * log(edad)	0,953	3,105	3,105	0,953	23,52
8. Dap = 14,6144 * e ^{(-1,3067*(1/edad)^{0,2})}	-	-	4,405	0,408	33,36
9. Dap = 27,5 * (e ^(-0,173 * edad))	-	-	2,841	0,754	21,52

El análisis de los residuos del modelo seleccionado (modelo 3) con base en la variable independiente (edad) se observa en la figura 6.

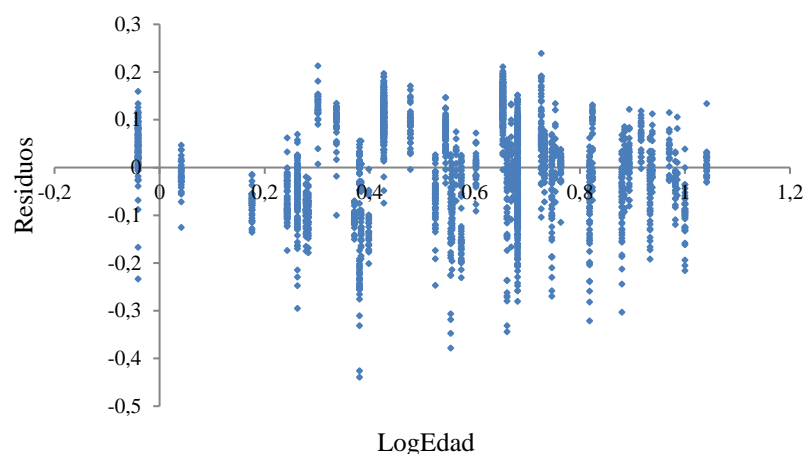


Figura 6. Distribución de los residuos con respecto a la relación dap-edad de la función escogida, para plantaciones de teca clonal en Costa Rica.

En el cuadro 9 se muestra la función del modelo 3 ajustado, junto con las dos funciones correspondientes que determinan ambos límites de confianza y los parámetros estadísticos de cada curva.

Cuadro 9. Función del modelo ajustado de crecimiento del DAP vs edad, para plantaciones clonales de teca en Costa Rica, junto con las funciones de los límites de confianza respectivos.

Curva	Modelo	Error típico	Estadístico t	Probabilidad (p)
Límite superior	$Dap = 6,0423 * edad^{0,7349}$			
Promedio o Curva guía	$Dap = 4,6854 * edad^{0,7200}$	0,0047 ^a	143,6760 ^a	< 0,001 ^{ab}
Límite inferior	$Dap = 3,3306 * edad^{0,7052}$	0,0076 ^b	94,9888 ^b	

Las letras significan los coeficientes de la ecuación: ^a Intercepto; ^bexponente

La figura 7 se muestran las tres curvas ajustadas para el crecimiento promedio del DAP en plantaciones clonales de teca en el país. La primera curva, representa el límite superior al 95% de confianza, la siguiente curva constituye el percentil 50 o promedio del total de los datos, y la curva inferior representa el límite inferior al 95% de confianza. En la misma figura se grafica el mejor modelo existente en el país para plantaciones de teca originadas con semilla (Pérez y Kanninen, 2005), junto con el modelo ajustado en esta investigación, con el fin de mostrar visualmente el progreso en crecimiento de la silvicultura clonal. La curva del modelo de Pérez y Kanninen corresponde con el mejor índice de sitio de su modelo.

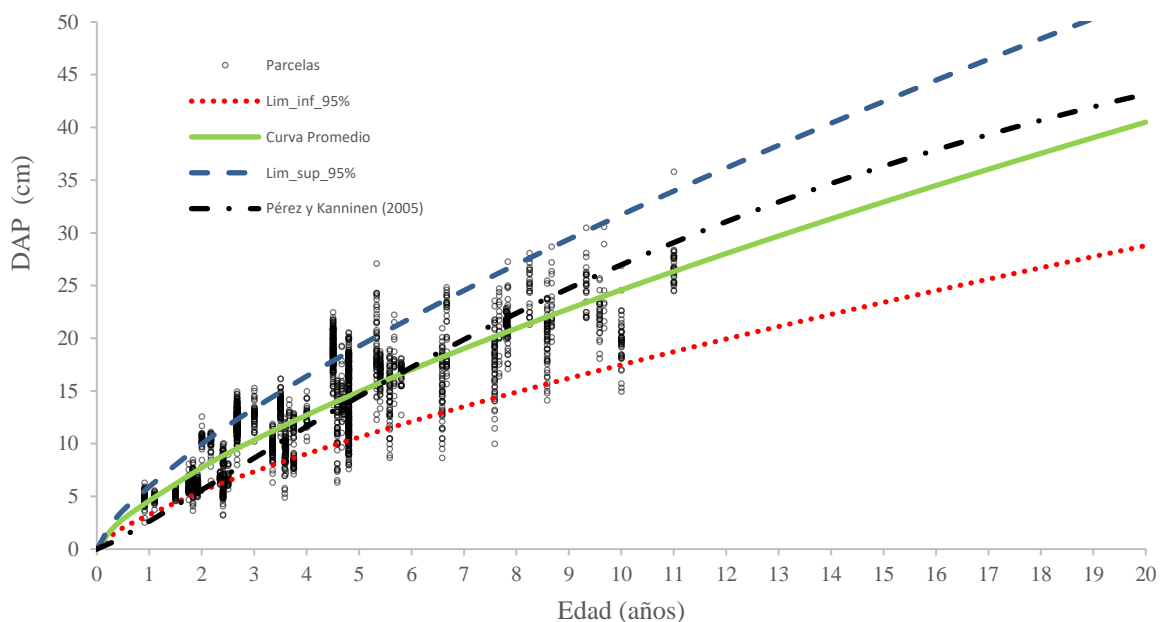


Figura 7. Índice de sitio superior del modelo de crecimiento de teca a partir de semilla (Pérez y Kanninen 2005) vs el modelo clonal ajustado para teca en esta investigación en Costa Rica.

Discusión

Puede observarse en los cuadros 6 y 7, que la base de datos es sumamente robusta y representativa de las plantaciones de teca en el país. Así también con el ámbito de edades, desde poco menos de 1 año hasta los 11 años de edad, que van un poco más allá del 60% del turno de 18 a 20 años de rotación de la teca en el país. Las zonas geográficas de donde provienen los datos de las parcelas de crecimiento, corresponden con las de mayor registro de plantaciones e inversión comercial en el país (Pérez y Kanninen 2005; Murillo y Badilla 2015). Buena parte de las parcelas corresponde con ensayos genéticos clonales, distribuidos entre las empresas miembro de la cooperativa de mejoramiento genético GENFORES a lo largo del país. En estos ensayos se evalúan entre 30 y 45 genotipos de alto rendimiento, lo que aumenta la representatividad de los datos en cada sitio de muestreo.

Se puede observar en el cuadro 6 que hay una buena representatividad de parcelas en las primeras cinco categorías diamétricas (desde menos de 5cm hasta 25 cm), todas con más de 100 parcelas. Las restantes categorías diamétricas superiores (25 - 30 cm, 30 – 35 cm y mayor a 35 cm) registraron pocas parcelas (menos del 3% de las parcelas de un total de 2663). Claramente la base de datos es aún insuficiente para todo el ámbito de crecimiento y de clases diamétricas de la teca en el país. Sin embargo, hasta los 11 años de edad (60% de la rotación), puede considerarse que la base de datos es sumamente robusta, representativa y segura. En el futuro inmediato se espera continuar enriqueciendo el modelo de crecimiento, con la inclusión de parcelas de más de 10 años de edad y de categorías diamétricas superiores a los 25 cm de dap. Esta disparidad en la estructura de datos podría explicar parcialmente la variación diamétrica observada, así como una disminución en la proporción del ajuste en el modelo elegido ($r^2 = 0,77$).

El modelo propuesto DAP/edad tiene en principio una alta dificultad de ajuste, dada la conocida sensibilidad del desarrollo del diámetro ante cambios en la densidad o

competencia del rodal (Vallejos 1996; Prodan *et al.* 1997; Pérez y Kanninen 2003). A pesar de que todas las parcelas de este estudio provienen de ensayos y plantaciones comerciales, bajo condiciones muy similares de densidad inicial (625 a 850 árboles/ha) y edad de ejecución de raleos (cada 3-4 años), la variación de los efectos de sitio pudieron influir significativamente en la variación en el crecimiento diamétrico como ha sido reportado en otros estudios con teca (Chávez y Fonseca 1991; Vázquez y Ugalde 1995; Vallejos 1996; Montero 1999; Drechsel y Zech 1994; Fonseca 2004; Vaides, Ugalde y Galloway 2004). Dentro de la base de datos se incluyeron parcelas establecidas en la zona del Pacífico norte del país (Guanacaste), donde se registran precipitaciones durante solamente 6-7 meses al año, en contraste con los 10 a 12 meses de lluvia en la zona norte y el Pacífico sur del país. Esto implica que el número de meses efectivos de crecimiento explicados por la disponibilidad de agua, varía entre 7 y 12 meses/año según la región del país donde se localice la plantación. Al respecto, Murillo *et al.* (2016) desarrollaron un primer modelo de crecimiento en diámetro y altura total, para plantaciones clonales de teca en sus primeros 60 meses efectivos de la vida de la plantación.

Por tanto, un modelo de predicción del crecimiento del DAP, basado solamente en la variable edad sin considerar condiciones de calidad de sitio y clima debe estimarse en principio como de mucha dificultad. Sin embargo, el modelo elegido logra explicar más de un 77% de la variación total del diámetro en función de la edad, con un coeficiente de variación menor al 25% y una distribución de residuos homogénea (Figura 6), que puede considerarse como positivo y confiable. La inclusión de parcelas de todas las condiciones de sitio y clima del país, contribuyó significativamente al buen ajuste del modelo.

Los parámetros estadísticos junto con la base de datos de amplia representatividad, permiten sugerir la utilización confiable del modelo en el país en plantaciones clonales de menos de 11 años de edad.

El análisis de residuos de la ecuación elegida (figura 6), muestra una distribución homogénea a lo largo del eje horizontal y vertical, con respecto a la variable independiente edad. Puede, sin embargo, observarse una dispersión relativamente mayor en algunos sectores del eje vertical, pero que no llegan a sobrepasar las 8 unidades. Más importante aún, la dispersión de los residuos sigue un patrón completamente homogéneo y simétrico en magnitud en ambas direcciones con respecto al eje vertical, lo cual refleja la homogeneidad del modelo. Al final del eje “y” se observa un grupo de parcelas que muestran un desvío positivo importante, originado por las pocas parcelas de mayor edad que se logró incorporar al modelo. Este efecto podrá disminuirse en la medida en que a futuro se logre aumentar la densidad de parcelas en estas clases de edad. Sin embargo, la variación relativamente amplia exhibida para una misma edad puede ser explicada por el tipo de información proveniente de los ensayos clonales.

En las figuras 5 y 7 se observa también una dispersión amplia del diámetro para una misma edad. Esta dispersión se puede explicar por la forma en que se obtuvieron algunas de las parcelas de la base de datos. En los ensayos clonales se generó en algunos casos, una parcela por clon basada en el promedio de 24 a 36 árboles presentes. Esto permitió capturar una gran riqueza de información de crecimiento proveniente del efecto genético y su adaptación al sitio de evaluación. Con esto se logra aumentar significativamente la representatividad y confiabilidad de la base de datos en cada una de las condiciones ambientales evaluadas.

A pesar de la amplitud de la variación del DAP con la edad, en las figuras 5 y 7 el modelo logra una buena predicción de la información. Se observa una distribución adecuada de las parcelas hasta aproximadamente los 9,5 años, ámbito en el que la base de datos es sólida. A partir de los 10 años de edad, se observa como el modelo general se desvía ligeramente de algunas parcelas de medición.

Sin embargo, el modelo logró capturar apropiadamente el único grupo de parcelas de 11 años de edad. Posiblemente con una mayor densidad de parcelas de más de 10 años a futuro, se logre continuar mejorando el ajuste del modelo.

La pendiente del modelo ajustado (figura 7) muestra claramente, como la tasa anual de incremento diamétrico sigue un patrón biológico esperado de disminución con la edad y se proyecta en una reducción paulatina más allá del ámbito de edad analizado (Murillo *et al.* 2016).

En la figura 7 se graficaron juntos el índice de sitio superior del modelo ajustado por Pérez y Kanninen (2005) para teca proveniente de plantaciones por semilla en Costa Rica, con el modelo clonal ajustado en esta investigación. Se observa en la proyección a 20 años, que el modelo de crecimiento clonal incluye dentro de sus límites de confianza al mejor índice de sitio en crecimiento a partir de semilla. Pérez y Kanninen (2005) reportan que su base de datos osciló entre 1 y 47 años de edad, con la utilización de poco más de 150 parcelas (alrededor de 10707 árboles evaluados) ajustadas con el modelo de Chapman y Richards. El modelo clonal ajustado en este estudio se basa en datos provenientes de 2663 parcelas (con alrededor de 42600 árboles) y provenientes de una mayor cantidad de sitios en el territorio nacional. Puede observarse de manera interesante, que el modelo clonal en su valor promedio inicia superando al modelo por semilla. Ambas curvas se intersectan entre los años 6 y 7; a partir de esta edad, el mejor índice de sitio del modelo de crecimiento por semilla supera levemente al modelo clonal promedio. A partir de esta separación leve, ambas curvas conservan pendientes similares en su proyección hacia el año 20. Lo que sugiere que el modelo clonal ajustado en este estudio con parcelas hasta de 11 años de edad, parece continuar su proyección con buen sentido biológico y explicativo del crecimiento esperado en diámetro de plantaciones clonales de teca en el país.

Puede también observarse que el modelo clonal de teca mantiene una pendiente de crecimiento predictiva ligeramente más conservadora que la que sugiere el modelo de semilla.

Al interpretarse que la curva aquí graficada del modelo de teca de Pérez y Kanninen es la de mayor índice de sitio, el análisis visual sugiere que es semejante a la curva promedio del modelo clonal en crecimiento diamétrico. Por tanto, la curva del límite superior del modelo clonal es una evidencia del impacto en el crecimiento diamétrico, producto del progreso en mejoramiento genético experimentado a través de las plantaciones clonales en el país. Badilla y Murillo (2017) reportaron que, en promedio, los programas de mejoramiento genético de la teca en el país, registraron en su primera generación ganancias genéticas entre 20 y 25% en volumen comercial y, de 1 a 2 años de disminución en los años de rotación.

El modelo de crecimiento diamétrico vs edad puede también interpretarse como la expresión del paquete tecnológico de una especie en un determinado momento. Esto implica que en la medida en que se introduzcan mejoras en la silvicultura de una especie, se reflejará en una familia de nuevas curvas de crecimiento diamétrico, dada la alta sensibilidad de la variable a cambios en el manejo. Toda disminución de factores limitantes para la especie, repercutirá en aumentos en el crecimiento diamétrico para una misma edad de referencia. Este tipo de modelos de crecimiento, por tanto, son sumamente dinámicos y permiten medir el progreso o evolución en la silvicultura de una especie o de un país. Pueden también ser utilizados como curva de referencia, para poder evaluar la calidad de crecimiento de una determinada inversión con teca en un país. En concreto, con relación a este modelo ajustado para plantaciones clonales de teca, se puede señalar su facilidad de uso e interpretación para la toma de decisiones. Permitirá apoyar estudios económicos y proyecciones de inversores en el campo forestal. Sin embargo, debe ser utilizado con precaución para estimaciones más allá de los 11 años de edad.

Conclusiones

El modelo ajustado de crecimiento diamétrico vs edad para plantaciones clonales de teca, mostró su simplicidad, facilidad de interpretación y bondad de ajuste estadístico para la realidad de las plantaciones de esta especie en Costa Rica. Sin embargo, el modelo podrá ser utilizado en la región tropical latinoamericana, siempre y cuando se cumplan condiciones similares de densidad inicial (625 a 850 árboles/ha), buen control de malezas y de manejo en general (raleos cada 3-4 años).

El modelo DAP/edad ajustado y elegido para plantaciones clonales de teca es $DAP = 4,6854 * edad^{0,7200}$. Sus dos curvas-límites de confianza respectivas son $DAP = 6,0423 * edad^{0,7349}$ para el límite superior y, $DAP = 3,3306 * edad^{0,7052}$ para el límite inferior.

Los parámetros estadísticos junto con la base de datos de amplia representatividad, permiten sugerir la utilización confiable del modelo en el país en plantaciones clonales de teca con menos de 11 años de edad. Sin embargo, el uso del modelo más allá de los 11 años de edad es posible siempre y cuando se utilice con precaución y con apoyo en las curvas de los límites de confianza.

Recomendaciones

En futuros trabajos se deberá incluir parcelas preferiblemente de más de 10 años de edad, categorías diamétricas superiores a los 25 cm y de nuevos sitios de medición.

Referencias

- Camino, Ronnie de. 2013. Las plantaciones de teca en América Latina: mitos y realidades. Turrialba, CR: CATIE. Serie técnica. Informe Técnico/CATIE; no. 397. 392 p.
- Badilla, Y.; Murillo, O. 2017. Ganancia realizada en plantaciones clonales de teca en Costa Rica. En: I Simposio Internacional GENFORES. 26-27 enero, 2017. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago, Costa Rica.
- Betancourt, A. 2000. Árboles maderables exóticos en Cuba. La Habana, Cuba, Editorial Científico-Técnica. 352 p.
- Blanco-Flórez, J., P. Fernando-Trugilho, J. Tarcisio-Lima, P.R. Gherardi-Hein y J.R. Moreira da Silva. 2014. Caracterización de la madera joven de *Tectona grandis* L. f. plantada en Brasil. Madera y Bosques 20(1):11-20.
- Chávez E, Fonseca W. 1991. *Tectona grandis* L.f. Especie de árbol de uso múltiple en América Central. Turrialba, CR. Proyecto cultivo de árboles de uso múltiple (Madeleña) CATIE/ROCAP (506-0117). CATIE. 47p.
- Drechsel P., Zech W. 1994. DRIS evaluation of teak (*Tectona grandis* L. f.) mineral nutrition and effects of nutrition and site quality on the teak growth in West Africa. Forest Ecology and Management 70: 121-133.
- Fonseca, W. 2004. Manual para productores de teca (*Tectona grandis* L.f.) en Costa Rica FONAFIFO, San José, Costa Rica. 221.
- Francis, JK; Lowe, CA. (eds.). 2000. Silvics of native and exotic trees of Puerto Rico and the Caribbean Islands. Río Piedras, Puerto Rico, US Department of Agriculture, Forest Service, International Institute of Tropical Forestry. 582 p.
- Krishnapillay, B. 2000. Silvicultura y ordenación de plantaciones de teca. Unasylya (It): 201. 1 disco compacto, 8 mm
- Ladrach, W. 2009. Management of Teak plantations for solid wood products. Maryland. US, ISTF News. 25 p.
- Lamprecht, H. 1990. Silvicultura en los trópicos. Trad. A. Carrillo. Eschborn, Alemania. GTZ. 335 p
- Montero M. 1999. Factores de sitio que influyen en el crecimiento de *Tectona grandis* L.f. y *Bombacopsis quinata* (Jacq.) Dugand, en Costa Rica. Tesis Mag. Ciencias. Universidad Austral de Chile, Valdivia/ CATIE, Turrialba, Costa Rica. 111 p.
- Moya-Roque, Muñoz-Acosta, Salas-Garita, Berrocal-Jiménez, Leandro-Zúñiga, Esquivel-Segura. 2010. Tecnología de madera de plantaciones forestales: Fichas técnicas. Rev. Forestal Mesoamericana. Kurú Vol 7(No 18-19).
- Murillo, O. 2000. Índices de calidad para la reforestación en Costa Rica. Agronomía Costarricense 24 (2): 41-48
- Murillo, O; Badilla, Y. 2004a. Breeding teak in Costa Rica. In IUFRO Meeting. Forest Genetics and Genomics. (1–5 nov., Charleston, South Carolina, USA). www.ncsu.edu/feop/iufro_genetics2004/proceedings.pdf

- Murillo, O.; Guevara, Víctor. 2013. Estado de los recursos genéticos forestales de Costa Rica. MINAET/FAO/CONAGEBIO, San José, Costa Rica. 159 p.
- Murillo, O.; Wright, J.; Monteuis, O.; Montenegro, F. 2013. Capítulo 6: Mejoramiento genético de la teca en América Latina. En: De Camino, R.; Morales, J.P. (eds). Las plantaciones de teca en América Latina: Mitos y realidades. Boletín Técnico 397. CATIE. Turrialba, Costa Rica. p.86-111.
- Murillo, O.; Vallejos, Y.; Badilla, Y.; Guzmán, N.; Luján, R.; González, E. 2016. Crescimento efetivo mensal inicial em plantações de teca (*Tectona grandis*) em Costa Rica. Revista Nativa (Mato Grosso, Brasil). v.4 (2): 87-90, mar./abr. 2016.
- Ortiz E. 2011. Crecimiento y Rendimiento Forestal. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Ingeniería Forestal. Cartago. 94 p.
- Pérez Cordero, L.D., Kanninen, M., 2003. Provisional equations for estimating total and merchantable volume of *Tectona grandis* trees in Costa Rica. Forests, Trees and Livelihoods 13, 345-359.
- Pérez, L.D.; Kanninen, M. 2005. Stand growth scenarios for *Tectona grandis* plantations in Costa Rica. Forest Ecology and Management 210 (2005): 425-441.
- Pérez, LD; Ugalde, L; Kanninen, M. 2000. Desarrollo de escenarios de crecimiento para plantaciones de teca (*Tectona grandis*) en Costa Rica. Revista Forestal Centroamerica (CR) 31: 16-22.
- Prodan, M.; Peters, R.; Cox, F.; Real, P. 1997. Mensura Forestal. IICA-BMZ-GTZ. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. San José, Costa Rica.
- Tewari D. 1999. A monograph on teak (*Tectona grandis* L. f.). Dehra Dun, India. International Book Distributors. 479 p.
- Vaides, E., Ugalde, L., Galloway, G. 2004. Crecimiento y productividad de teca en plantaciones forestales jóvenes en Guatemala. Rec. Nat. y Ambiente No 46-47: 137-145.
- Vallejo, A.; Avendaño, J. 2013. Capítulo 7. Modelos de crecimiento y rendimiento. De Camino, R.; Morales, J.P. (eds). Las plantaciones de teca en América Latina: Mitos y realidades. Boletín Técnico 397. CATIE. Turrialba, Costa Rica. 114-133 p.
- Vallejos Barra O.S. 1996. Productividad y relaciones del índice de sitio con variables fisiográficas, edafoclimáticas y foliares para *Tectona grandis* L.f., *Bombacopsis quinatum* (Jacq), Dugand y *Gmelina arborea* Roxb, en Costa Rica. Tesis Magíster Scientiae. CATIE. Turrialba. s.p.
- Vásquez, W; Ugalde A, L. 1995. Rendimientos y calidad de sitio para *Gmelina arborea*, *Tectona grandis*, *Bombacopsis quinatum* y Pino caribaea en Guanacaste, Costa Rica. Turrialba, CR, CATIE. (Serie técnica. Informe técnico n° 256. 33 p).

CAPÍTULO 3. FUNCIONES PARA LA ESTIMACIÓN DE VOLUMEN COMERCIAL Y TOTAL EN PLANTACIONES CLONALES DE TECA EN COSTA RICA.

Resumen

Los modelos para la estimación del volumen en árboles de teca fueron elaborados con árboles originados a partir de semilla sin mejoramiento genético, desarrollados con un paquete tecnológico de menor productividad, propia de los años 90. En los últimos años, más del 60% de las plantaciones de teca en Costa Rica son clonales, que producen árboles con mayor altura comercial y con relaciones altura/diámetro de menor conicidad para una misma clase diamétrica. Esto precisa del ajuste de una nueva ecuación de volumen para la especie por su importancia en el mercado maderero interno del país. Para la realización del estudio se contó con 306 árboles tumbados en el suelo y medidos a diversas alturas, con edades desde los 3 a los 12 años y diámetros a la altura del pecho desde 8,6 cm hasta 32,0 cm. El modelo ajustado y seleccionado presentó alto coeficiente de determinación que corresponde a un $r^2=0,98$ y un bajo valor en el error estándar de la medición, con una distribución adecuada de los residuos. La validación del modelo se realizó con una muestra de 61 árboles independientes a los utilizados en el ajuste del modelo, que registraron un porcentaje de sesgo de 0,2%. Se concluye que los modelos de estimación del volumen ajustados son de fácil utilización y alta confiabilidad para su aplicación con árboles clonados de teca en Costa Rica y en la región tropical latinoamericana. Los modelos ajustados pueden ser utilizados con alta confiabilidad en árboles clonados con DAP menores a los 35 cm y con precaución, en árboles de hasta 40 cm.

La función para la estimación del volumen comercial con corteza hasta 5 cm de diámetro, en árboles clonados es: $V_{5cc} = -0,0072*(dap) + 0,0010*(dap)^2$.

La función para la estimación del volumen comercial con corteza hasta 10 cm de diámetro, en árboles clonados es: $V_{10cc} = -0,0056*(dap) + 0,0008*(dap)^2$.

La función para la estimación del volumen total con corteza en árboles clonados es: $V_{Tcc} = -0,0068*(dap) + 0,0010*(dap)^2$.

Los modelos de estimación del volumen para árboles clonados de teca, reflejan el progreso de los programas de mejoramiento genético. Los modelos ajustados para árboles clonados superan en aproximadamente un 17% el volumen de un árbol, de una misma clase diamétrica originado por semilla sin mejoramiento. En futuros trabajos se deberá incorporar prioritariamente, datos de árboles con DAP superior a los 25 cm o también, de más de 10 años de edad. Preferiblemente, los árboles a incluir en la base de datos deben provenir de nuevos sitios de medición.

Palabras clave: silvicultura clonal, teca (*Tectona grandis*), volumen, biometría.

Introducción

La teca (*Tectona grandis* L. f.) pertenece a la familia Lamiaceae y es la especie exótica más utilizada en reforestación comercial en la mayoría de los países tropicales. Este árbol es originario de Birmania, Tailandia, Laos y la India (Briscoe 1995) pero cultivado en la mayoría de países tropicales y algunos subtropicales. Su madera tiene un alto precio en los mercados internacionales debido a sus buenas características físicas y mecánicas, que le permiten su utilización en una gran cantidad de productos de madera (Weaver 1993; Moya *et al.* 2010), que van desde la construcción completa de una casa, hasta postes y piezas de ebanistería.

El cultivo de teca comenzó en la India en el decenio de 1840 y alcanzó niveles significativos a partir de 1865. Trinidad y Tobago fue el primer país en América Tropical donde los británicos introdujeron la especie en el año 1913 (Keogh 1980), de donde se extendió a Honduras, Panamá y Costa Rica entre 1926 y 1929 y posteriormente hacia buena parte de países latinoamericanos en la zona tropical (Tewari 1999, Pandey y Brown 2000; Schnell e Schuhli y Paludzyszyn 2010).

A finales de los años 80 se inician los programas de mejoramiento genético a nivel operativo con la teca en Costa Rica (Murillo y Badilla 2004; Murillo *et al.* 2013). Como resultado hoy día predominan las plantaciones clonales, que registran un progreso en crecimiento y rendimiento de un 20 a 25% y, una disminución de 1 a 2 años en la rotación o cosecha final (Murillo *et al.* 2013; Badilla y Murillo, 2017). Los árboles mejorados presentan una relación altura/diámetro diferente a los originados por semilla. Registran una mayor altura total y comercial, y su cilindridad es superior (Murillo y Badilla 2009; Vallejos *et al.* 2010). La calidad de sus fustes en rectitud, ausencia de gambas o aletones también se ha reportado con un mejoramiento significativo (Murillo *et al.* 2012).

Estos cambios resultan en un aumento significativo en el volumen comercial y total por árbol para una misma clase diamétrica. Como resultado, los modelos de estimación

del volumen total y comercial deben ser reemplazados por otros de mejor ajuste, adecuados a las características alométricas de los árboles de teca mejorados genéticamente.

Para Costa Rica se han reportado varios modelos generales de estimación del volumen de teca, entre los más conocidos se reportan los trabajos de Camacho y Madrigal (1997), Pérez y Kanninen (2003), Bermejo *et al.* (2004), Mora y Fernández (2007) y un modelo generalizado de consenso a partir de una amplia base de datos nacionales, de América Latina y otras regiones tropicales (Vallejo y Avendaño 2013). Sin embargo, en ninguno de estos modelos se incluyeron árboles clonados. Las bases de datos fueron construidas a partir de árboles provenientes de condiciones de manejo muy diferentes entre sí, con una densidad inicial y regímenes de raleos contrastantes, débil control de malezas, que pudieron provocar árboles con relaciones alométricas disímiles y de difícil ajuste en un modelo de predicción del volumen. En los últimos años, el paquete tecnológico de la teca ha evolucionado para bien, las densidades iniciales oscilan entre los 625 y 833 árboles/ha, con raleos oportunos cada 3-4 años, un mejor control de malezas se ha incorporado y un uso generalizado de material genéticamente mejorado y reproducido clonalmente (Murillo *et al.* 2013; Vallejo y Avendaño 2013; Kottman 2013. Badilla y Murillo 2017). Estas mejoras en silvicultura producen plantaciones no solo de mayor crecimiento y rendimiento, sino también árboles con relaciones alométricas más homogéneas. Lo que trae como consecuencia una menor variabilidad diamétrica y mayor facilidad de ajuste en modelos matemáticos.

El objetivo de este trabajo fue ajustar funciones de volumen total con corteza y volumen comercial (hasta 5 cm y 10 cm de diámetro) con corteza, para árboles clonales de teca hasta 12 años de edad, a partir del análisis de secciones del fuste.

Metodología

La base de datos se construyó a partir de mediciones de árboles tumbados provenientes de plantaciones clonales de teca de diferentes zonas del país: Pacífico Sur (Osa) y Zona Norte (San Carlos) y Pacífico Norte (Península de Nicoya). Para el estudio se contó con un total de 306 árboles tumbados con edades desde los 3 a los 12 años, con diámetros a la altura del pecho desde 8,6 cm hasta 32,0 cm. Del total de árboles, 245 se utilizaron para el ajuste de los modelos de regresión y 61 árboles (20%) para su validación. La cubicación de los árboles tumbados se realizó mediante la medición de diámetros con corteza (cm) a diferentes alturas de fuste: en la base del árbol (0,10 m y 0,5 m), 1 m de altura, altura de pecho (1,30 m), 2,0 m, 2,5 m, 5 m, 10 m, también, la altura en el fuste donde el diámetro alcanza los 5 cm y altura total del árbol en metros. Las mediciones se realizaron en distintos sitios en el país y en algunos casos no se midieron todos los diámetros mencionados.

Las bases de datos se inspeccionaron minuciosamente para hallar y eliminar información inconsistente que pudiera afectar el ajuste del modelo. Árboles con mediciones ausentes o datos con errores de digitación fueron excluidos. Con todas las mediciones se construyó una base de datos unificada y depurada en una hoja EXCEL. La base de datos fue organizada para el ajuste de tres modelos diferentes:

- a) Modelo de volumen total por árbol
- b) Modelo de volumen comercial con corteza hasta 5 cm de diámetro
- c) Modelo de volumen comercial con corteza hasta 10 cm de diámetro

Se evaluó un total de 6 funciones para la estimación del volumen en árboles (Cuadro 10), que cumplieran con la restricción de utilizar solamente el DAP como variable independiente (modelos de una entrada). El ajuste de modelos de volumen basados en una sola entrada o una variable independiente, suelen ser de mayor dificultad (Ortiz 2011).

La hipótesis planteada fue que, dada la mayor homogeneidad en la población de estudio con el uso de árboles clonados, es posible ajustar satisfactoriamente un modelo de volumen basado solamente en el DAP como variable independiente. Por utilidad, los modelos deben basarse en parámetros de los árboles que sean fáciles y baratos de evaluar (Phillips 1995).

Cuadro 10. Funciones de volumen basados en DAP investigadas para su ajuste en árboles clonados de teca en Costa Rica.

Modelo	Autor
1. $V = b_0 + b_1*d + b_2*d^2$	Chakraborti y Gaharwar (1995)
2. $V = b_1*d + b_2*d^2$	Chakraborti y Gaharwar (1995) modificado sin intercepto
3. $V = b_0 + b_1*d$	Hamzah y Mohamed (1994)
4. $V = b_0 + b_1*d^2$	Chakraborti y Gaharwar (1995)
5. $\text{Log}(V) = b_0 + b_1*\text{log}(d)$	Moret <i>et al.</i> (1998), Rammarine (1994)
6. $\sqrt{V} = b_0 + b_1*d$	Chakraborti y Gaharwar (1995)

Donde

V = Volumen total (m^3) con corteza hasta 5 cm de diámetro.

d = Diámetro en cm a 1,3 m (dap).

b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 = coeficientes de regresión.

Selección del modelo de mejor ajuste:

En todos los tres modelos se siguió el mismo procedimiento de análisis y selección. Los datos fueron analizados en la hoja electrónica EXCEL mediante la opción de regresión, de donde se evaluaron de forma independiente todos los modelos propuestos.

La selección del mejor modelo se realizó a través de los siguientes criterios estadísticos:

Coeficiente de determinación (r^2): Indica la proporción de la variación total observada en la variable dependiente, que es explicada por el modelo utilizado (Ortiz, 2011). El coeficiente se calculó de la siguiente manera:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{\sum(Y_{obs} - Y_{med})^2}$$

Donde:

y_{obs} = es cada uno de los valores observados de la variable dependiente

y_{est} = es cada uno de los valores de la variable dependiente estimados a través del modelo de regresión desarrollado

y_{med} = es la media aritmética de la variable dependiente

Error estándar de la medición (S_{yx}), que se determinó de la siguiente manera:

$$S_{yx} = \sqrt{\left[\frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})^2}{n - p} \right]}$$

n: número de observaciones incluidas en el análisis

p: número de coeficientes en el modelo de regresión

- **Análisis de residuos**: Se definió como un residuo ($resd$) a la diferencia entre el valor observado de la variable dependiente (Y_{obs}) y el valor estimado o predicho por el modelo de regresión (Y_{est}) (Ortiz, 2011).

$$Resid = Y_{obs} - Y_{est}$$

- Índice de ajuste (FI): Se utilizó para comparar la exactitud de los modelos en relación con su variable dependiente (DAP) que requirió ser transformada, mientras que los demás modelos se expresaron en unidades reales. Para los modelos sin transformar $FI = r^2$

$$FI = 1 - \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{e.u.r})^2}{\sum(Y_{obs} - Y_{med})^2}$$

Donde:

yobs: son cada uno de los valores observados de la variable dependiente, expresados en unidades reales, es decir sin transformar. Ye.u.r: son los valores de la variable dependiente, estimados a partir de modelo de regresión pero en unidades reales.

ymed: es la media aritmética de los valores observados de la variable dependiente, calculada a partir de valores sin transformar.

- Error estándar en unidades reales (Se): Fue útil para comparar los modelos que necesitaron ser transformados contra los modelos sin transformar. Para el caso de los modelos sin transformar el $Syx = Se$ (Ortiz, 2011).

$$Se = \sqrt{\left[\frac{\sum(Y_{obs} - Y_{e.u.r})^2}{n - p} \right]}$$

Donde:

n: es el número de observaciones

p: es el número de coeficientes en el modelo

- Coeficiente de variación (CV %) expresado en unidades reales, que permitió hacer comparaciones entre modelos.

$$CV = \left[\frac{Se}{Y_{med}} \right] * 100$$

Para el modelo elegido de volumen comercial a 5 cm de diámetro, se calcularon sus límites de confianza superior e inferior (a 95%) en la hoja de EXCEL. Las tres funciones obtenidas para este modelo de volumen se graficaron en la figura 8a, contra la representación del volumen comercial esperado en árboles clonales de teca en Costa Rica a 5 cm de diámetro con corteza. De manera comparativa (solamente visual), en la figura 10 se graficó el modelo de volumen total obtenido en este trabajo, junto con la función de volumen total del límite superior reportado para teca por Pérez y Kanninen (2003).

Validación del modelo. Se utilizó una colección de 61 árboles independientes del conjunto de datos destinados al ajuste del modelo. Este subconjunto de árboles registró un DAP que varió desde 8,6 y 31,1 cm, mientras que sus alturas variaron de 8,2 a 25,8 m. Para realizar el proceso de validación de la función seleccionada se empleó los siguientes criterios:

Medición del Sesgo (Ortiz, 2011):

$$S\% = \frac{\sum(Y_{obs} - Y_{est})}{\sum(Y_{obs})} * 100$$

Prueba de signos de Wilcoxon (Ortiz, 2011):

$$Z_c = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}\right)^{1/2}}$$

Resultados

En el cuadro 11 se muestra la distribución diamétrica de los 306 individuos utilizados (245 individuos para el ajuste del modelo y 61 individuos para la validación). Los árboles fueron organizados en clases diamétricas con intervalos de 5 cm, con valores desde los 8,6 cm hasta los 32,0 cm. La clase diamétrica con mayor número de individuos fue la de 10 a 15 cm, seguida por las clases de 15 a 20 cm y 20 a 25 cm. La altura total de los árboles osciló desde los 6,3 a los 26,5 m.

Cuadro 11. Distribución por clase diamétrica (DAP) de los árboles utilizados para el ajuste de modelos de volumen en árboles clonados de *Tectona grandis* en Costa Rica.

Sitio	DAP (cm)						Total
	< 10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	
Pacífico Norte							
(Guanacaste)	0	0	18	27	21	12	78
Pacífico Sur	0	8	42	22	0	0	72
Zona Norte	6	132	18	0	0	0	156
Total General	6	140	78	49	21	12	306

Modelo de volumen comercial con corteza hasta 5 cm de diámetro.

En el cuadro 12 se muestran los modelos evaluados y sus respectivos estadísticos para ajustar esta función de volumen. El modelo elegido fue la función cuadrática sin intercepto (No 2), el cual registró el mayor coeficiente de determinación (r^2 -ajust) de 0,98, el menor error estándar de la estimación y el menor coeficiente de variación.

Cuadro 12. Modelos evaluados para estimar el volumen comercial con corteza hasta 5 cm de diámetro, en árboles clonados de teca en Costa Rica.

Modelos evaluados	R ² -ajust	Syx	Se	(FI)	CV%
1. $V_{cc} = -0,0396 - 0,0029*(dap) + 0,0009*(dap)^2$	0,96	0,04	0,04	0,96	18,3
2. $V_{cc} = -0,0072*(dap) + 0,0010*(dap)^2$	0,98	0,04	0,04	0,98	18,3
3. $V_{cc} = -0,3575 + 0,0332*(dap)$	0,94	0,05	0,05	0,94	23,3
4. $V_{cc} = -0,0656 + 0,0009*(dap)^2$	0,96	0,04	0,04	0,96	18,3
5. $V_{cc} = 0,0001*dap^{2,8373}$	0,95	0,09	0,05	0,94	22,9
6. $\sqrt{V_{cc}} = -0,1591 + 0,0336*(dap)$	0,96	0,04	0,04	0,96	18,5

Para el modelo 2 (modelo seleccionado, cuadro 12) los coeficientes de la regresión son significativamente diferentes de 0 (cuadro 13).

Cuadro 13. Estadísticos de los parámetros de la regresión del modelo 2 (seleccionado como el mejor en cuadro 12) en árboles clonados de teca en Costa Rica.

Parámetros	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad (p)
Intercepción	0	N/A	N/A	N/A
(dap)	-0,0072	0,00047	-15,31989	< 0,001
(dap) ²	0,0010	0,00002	47,52787	< 0,001

En la figura 8 se muestra la función ajustada del modelo 2 (cuadro 12) para árboles clonados de teca, con los respectivos límites de confianza (al 95%) (figura 8a). Mientras que en la sección inferior (figura 8b) se muestra la distribución de residuos para cada una de las variables del modelo. Se aprecia que la función estimada se

ajustó bien a la tendencia de los datos, sin embargo, se observan algunos valores fuera de los límites de confianza.

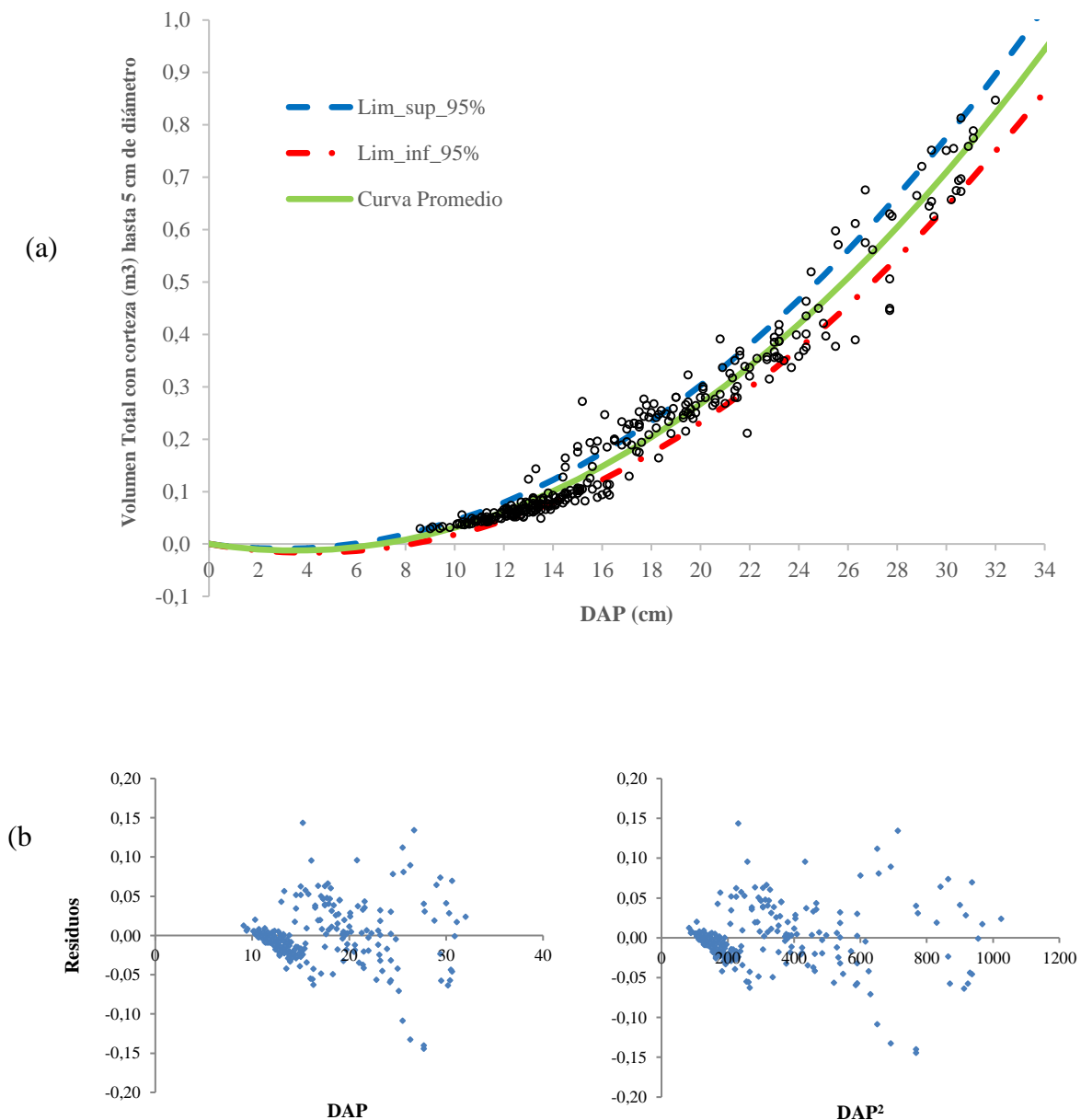


Figura 8. (a) Función de volumen con corteza hasta 5 cm de diámetro para árboles clonados de teca, según el modelo cuadrático sin intercepto; (b) distribución de los residuos para cada una de las variables del modelo ajustado.

Modelos de volumen comercial con corteza hasta 10 cm de diámetro y de volumen comercial total con corteza.

En los cuadros 14 y 15 se muestran los modelos evaluados y sus respectivos estadísticos para ajustar la función de volumen. El modelo elegido, en ambos casos, fue la función cuadrática sin intercepto (No 2), el cual registró el mayor coeficiente de determinación (r^2 –ajust), el menor error estándar de la estimación y el menor coeficiente de variación. Se desestima el modelo No.1 en ambos cuadros, ya que no grafica correctamente la función a partir de los 10 cm de diámetro. Se eligió el propuesto por Chakraborti y Gaharwar modificado sin intercepto (1995), para la estimación del volumen comercial con corteza de teca.

Cuadro 14. Modelos evaluados para estimar el volumen comercial con corteza hasta 10 cm de diámetro, en árboles clonados de teca en Costa Rica.

Modelos evaluados	R ² -ajust	Syx	Se	(FI)	CV%
1. $V_{cc} = 0,1318 - 0,0199*(dap) + 0,0012*(dap)^2$	0,98	0,02	0,02	0,98	13,9
2. $V_{cc} = -0,0056*(dap) + 0,0008*(dap)^2$	0,98	0,03	0,03	0,98	15,4
3. $V_{cc} = -0,3575 + 0,0332*(dap)$	0,91	0,05	0,05	0,91	26,0
4. $V_{cc} = -0,0656 + 0,0009*(dap)^2$	0,96	0,03	0,03	0,96	16,7
5. $V_{cc} = 0,0001*dap^{2,4314}$	0,97	0,05	0,03	0,97	14,9
6. $\sqrt{V_{cc}} = -0,1953 + 0,9566*(dap)$	0,96	0,03	0,03	0,96	16,9

Cuadro 15. Modelos evaluados para estimar el volumen comercial total con corteza, en árboles clonados de teca en Costa Rica.

Modelos evaluados	R ² -				
	ajust	Syx	Se	(FI)	CV%
1. $V_{cc} = -0,0360 - 0,0029*(dap) + 0,0009*(dap)^2$	0,96	0,04	0,04	0,96	18,0
2. $V_{cc} = -0,0068*(dap) + 0,0010*(dap)^2$	0,98	0,04	0,04	0,98	18,4
3. $V_{cc} = -0,3538 + 0,0331*(dap)$	0,94	0,05	0,05	0,94	22,9
4. $V_{cc} = -0,0620 + 0,0008*(dap)^2$	0,96	0,04	0,04	0,96	18,0
5. $V_{cc} = 0,0001*dap^{2,7604}$	0,95	0,08	0,05	0,94	21,5
6. $\sqrt{V_{cc}} = -0,1591 + 0,0336*(dap)$	0,96	0,04	0,04	0,96	18,2

En los cuadros 16 y 17 se muestran los valores de significancia para cada uno de los parámetros de los modelos de volumen ajustados (comercial hasta 10 cm y volumen total). Se aprecia en todos los casos que los coeficientes de la regresión son significativamente diferentes de 0.

Cuadro 16. Estadísticos de los parámetros de la regresión para la función de volumen con corteza hasta los 10 cm de diámetro, en árboles clonados de teca en Costa Rica.

Parámetros	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad (p)
Intercepción	0	N/A	N/A	N/A
(dap)	-0,0056	0,00034	-16,84672	< 0,001
(dap) ²	0,0008	0,00002	54,69484	< 0,001

Cuadro 17. Estadísticos de los parámetros de la regresión para la función de volumen total con corteza, en árboles clonados de teca en Costa Rica.

Parámetros	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad (p)
Intercepción	0	N/A	N/A	N/A
(dap)	-0,0068	0,00047	-14,48483	< 0,001
(dap) ²	0,0010	0,00002	47,07399	< 0,001

En la figura 9a se la distribución de residuos para cada una de las variables del modelo de volumen a 10 cm con corteza. Mientras que en la sección inferior (figura 9b) se muestra la distribución de residuos para cada una de las variables del modelo de volumen total con corteza.

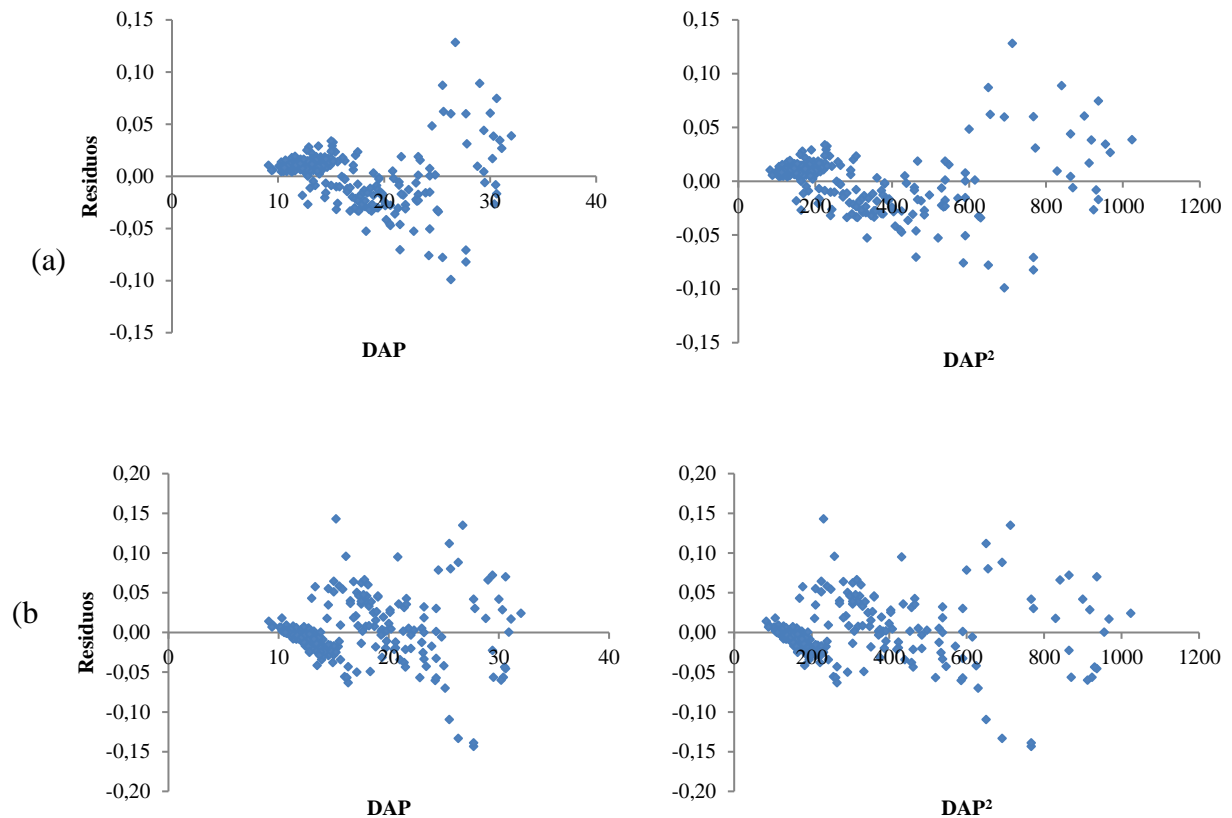


Figura 9. (a) Distribución de los residuos para cada una de las variables del modelo ajustado de volumen a 10 cm con corteza; (b) distribución de los residuos para cada una de las variables del modelo ajustado de volumen total con corteza.

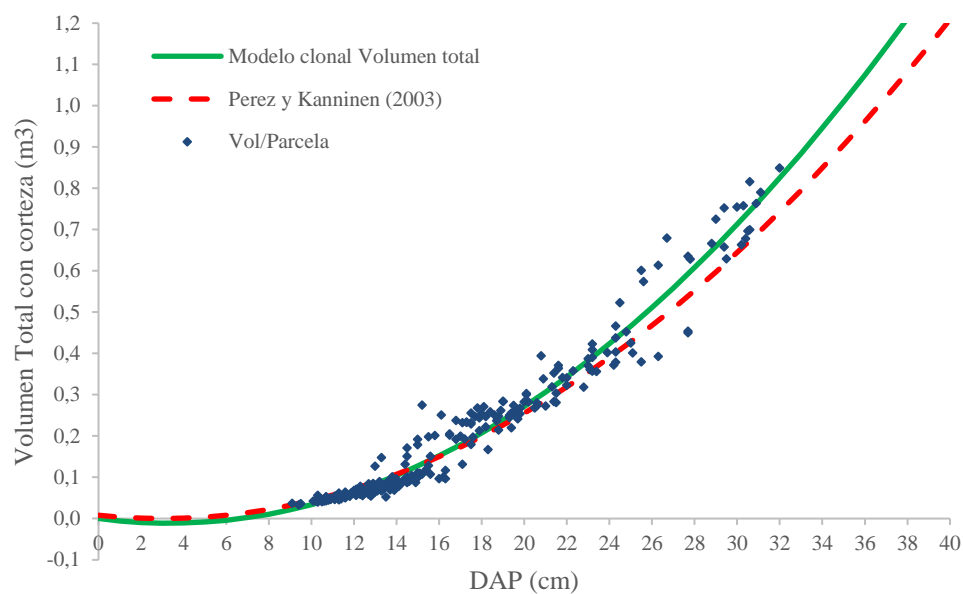


Figura 10. Comparación del modelo clonal de volumen total con corteza obtenido en este estudio (Cuadro 17) y volumen total con corteza obtenido de un modelo ajustado con árboles originados con semilla de rodales semilleros y bajo la silvicultura convencional de los años 90 en Costa Rica (Pérez y Kanninen 2003).

Discusión

Se puede determinar del cuadro 8 que la base de datos es suficientemente robusta hasta los 25 cm de DAP y representativa de las regiones de plantación con teca en el país. Las restantes dos categorías diamétricas superiores (25 y 30 cm) registraron pocos individuos. Los árboles provenientes de los rodales del Pacífico norte (Guanacaste) aportaron información valiosa al incorporar individuos en las categorías 20 a 35. Sin embargo, la poca cantidad de observaciones con diámetros superiores a los 25 cm es una limitante del modelo, que se espera sea corregida a futuro. Hoy día, las plantaciones clonales de más edad en el país, apenas alcanzan los 12 años de edad y no superan aún los 36 cm de DAP.

Desde un punto de vista estadístico, el ajuste de un modelo de volumen basado solamente en el DAP (una entrada) puede considerarse de mayor dificultad. Si se analiza el modelo ajustado desde su simplicidad y funcionalidad, puede fácilmente argumentarse que el DAP es de muy fácil y rápida medición en campo, registra poco error y requiere de poca capacitación. Por lo general se utiliza la altura total junto con el DAP (modelo con dos entradas) para la estimación del volumen (Ortiz 2011). Sin embargo, a pesar del beneficio de utilizar la altura total en el ajuste de modelos para la determinación del volumen, por lo general esta variable se estima y no se mide en campo, requiere de más tiempo de inventario, requiere de capacitación en el uso de instrumentos y comúnmente registra errores considerables de estimación (Pérez y Kanninen 2003). Como resultado, es común que los técnicos durante el inventario utilicen una estimación visual de la altura del árbol, con lo cual se suele aumentar considerablemente el error de determinación del volumen.

Con base en estos argumentos, en esta investigación se decidió intentar ajustar modelos de estimación del volumen, basados solamente en el DAP como variable independiente. Del conjunto de modelos evaluados se eligió el propuesto por Chakraborti y Gaharwar modificado sin intercepto (1995), para la estimación del volumen comercial con corteza de teca hasta los 5 cm de diámetro.

Su simplicidad facilita su utilización y reduce los costos de inventario al no requerir el valor de la altura. Con esto se evita también las imprecisiones inherentes a la medición de la altura de árboles en pie (Pérez y Kanninen 2003).

La base de datos presenta una amplia diversidad diamétrica para una misma edad, producto de la heterogeneidad real existente en las plantaciones clonales del país. Buena parte de los árboles cubicados procedían de ensayos genéticos donde se evaluaban entre 30 a 45 clones de alto rendimiento procedentes de todo el territorio nacional, lo cual puede explicar la variación observada. Significa también que se logró capturar una buena muestra de la variabilidad que existe en la población de teca en el país, lo que hace más representativa la base de datos utilizada. A pesar de la variación mencionada en la base de datos, en la figura 8 se observa una distribución adecuada de las observaciones a lo largo de la pendiente de la función de volumen ajustada, con algunos pocos individuos fuera de los límites de confianza. Sin embargo, no parece ser una tendencia asociada a valores mayores de la variable, pues todos los árboles con $DAP > 28$ cm, se posicionaron cercanos a la curva promedio y dentro de los límites de confianza. La pendiente del modelo ajustado claramente muestra que su tasa anual de incremento diamétrico se mantiene y perdurará más allá del ámbito de edad/diámetro analizado.

El buen ajuste estadístico exhibido por el modelo cuadrático con los árboles clonados ($r^2 = 0,98$), puede ser también explicado por la alta homogeneidad en la base de datos. Todos los árboles cubicados procedían de plantaciones y ensayos clonales establecidos en condiciones muy semejantes de manejo. En los últimos años se ha venido consolidando un paquete tecnológico más intensivo en el manejo de la teca, que básicamente consiste en una densidad inicial entre 625 y 833 árboles/ha, buen control de malezas y con raleos oportunos cada 3 a 4 años (Kottman 2013; Vallejo y Avendaño 2013).

El avance de la silvicultura genera como resultado, plantaciones y árboles más homogéneos, que facilitarán significativamente el ajuste de modelos matemáticos con una precisión cada vez mayor. La silvicultura clonal es el mejor ejemplo de ello. En forma consistente, las pruebas de validación registraron valores sumamente bajos para el sesgo ($< 2\%$). Mientras que la prueba no paramétrica de signos de Wilcoxon, para observaciones apareadas (Wilcoxon's Signed rank test), mostró que no hubo sesgo, con un valor de $Z_c = -0,29$ y el valor de $p = 0,7711$ (2 colas).

El análisis de residuos del modelo elegido (figura 8b), muestra una distribución homogénea a lo largo del eje horizontal y vertical, con respecto a las dos variables independientes, diámetro y diámetro cuadrático. Puede, sin embargo, observarse una dispersión relativamente mayor alrededor de la clase diamétrica de 25 a 30 cm a lo largo del eje vertical. Pero que luego disminuye en la clase diamétrica superior de 30 a 35 cm. Esta desviación mayor en los datos en esta categoría diamétrica podría estar asociada a la baja cantidad de árboles cubicados ($n = 21$), en comparación con el resto de clases diamétricas. Más importante aún, la dispersión de los residuos en la clase diamétrica de 30 a 35 cm se reduce de nuevo en una magnitud similar a la exhibida por las clases diamétricas inferiores. Por lo que, salvo esta dispersión mayor puntual, los residuos siguen un patrón homogéneo y simétrico en magnitud en ambas direcciones con respecto al eje vertical, lo cual refleja la homogeneidad del modelo. La magnitud del desvío se podrá reducir con la inclusión a futuro de una mayor cantidad de árboles de mayor edad y de categorías diamétricas superiores a los 25 cm.

En la figura 10 se grafican simultáneamente, el modelo ajustado de volumen total (Cuadro 15) en esta investigación para árboles clonados, con uno de los modelos de volumen más utilizados en los últimos años en el país, basado en árboles producidos por semilla de rodales semilleros, desarrollados con la silvicultura convencional de los años 90 (Pérez y Kanninen 2003).

El modelo de volumen total con corteza de Pérez y Kanninen (2003), fue ajustado con base en 111 árboles (suprimidos, dominantes y codominantes) con edades entre 2 y 47 años, procedentes de 17 plantaciones en 10 localidades diferentes. El volumen de los árboles fue calculado iniciando a 1,3 m de altura (dap) y terminando en la parte

superior del árbol (altura total). Mientras que el modelo clonal de esta investigación, se basó en 306 árboles menores a 12 años de edad, procedentes de ensayos clonales con individuos colectados de todo el territorio nacional, establecidos en las tres regiones de mayor plantación del país. Al sobreponerse visualmente ambos modelos (figura 10) se aprecia que a partir del DAP de 20 cm, la curva del límite superior del modelo de Pérez y Kanninen se posiciona ligeramente por debajo de la curva promedio del modelo de volumen basado en clones. Sin embargo, ambas curvas conservan una pendiente similar hacia el DAP de 40 cm. Lo que sugiere que la función para árboles clonados puede lograr una estimación adecuada del volumen comercial, más allá del límite de los 32 cm de diámetro y, extenderse hasta poco más de 40 cm sin un riesgo considerable.

Se ha reportado en teca que un árbol plus registra en promedio 5 a 6 trozas comerciales efectivas de 2,5 m de longitud por árbol, mientras que en uno originado por semilla de rodales semilleros, solamente alcanza a producir entre 3 y 4 de estas mismas trozas por árbol (Murillo y Badilla 2009; Espitia *et al.* 2011; Murillo *et al.* 2013; Badilla y Murillo 2017). Por tanto, la curva del límite inferior del modelo de volumen para clones, se asemeja a la función promedio del modelo para árboles producidos por semilla de rodales.

Por último, pero no menos importante, hay que aclarar a los posibles usuarios de que estas ecuaciones que se derivan para la teca clonal en Costa Rica mediante un conjunto de datos de árboles de menos de 11 años de edad. Es necesaria una muestra más árboles de mayor edad, con una adecuada representación entre el rango de 10 a 20 años de edad.

En conjunto las tres funciones de volumen ajustadas, permiten resolver las interrogantes del inventario forestal y servir de herramienta para la estimación de volumen comercial y volumen total de árboles de plantaciones clonales de teca. La simplicidad de los modelos permitirá su fácil adopción y contribuirá significativamente con la toma de decisiones del inversionista y del silvicultor de plantaciones clonales de

teca. En un futuro cercano se deberá incorporar datos de árboles con DAP superior a los 25 cm o también, de más de 10 años de edad. Los modelos ajustados pueden ser utilizados con alta confiabilidad en árboles clonados con DAP menores a los 35 cm y con precaución, en árboles de hasta 40 cm.

Los modelos podrán ser utilizados en forma confiable con árboles clonados de teca producidos en países de la región tropical latinoamericana, siempre y cuando, sus condiciones de plantación y manejo sean semejantes a las reportadas en esta investigación.

El paquete tecnológico de silvicultura clonal de teca empleado en la actualidad, se fundamenta principalmente en una densidad inicial de 625 a 833 árboles/ha, un importante programa de control de malezas y la ejecución de raleos cada 3-4 años, que permitan mantener el área basal en valores no superiores a los 14 m²/ha (Kottman 2013; Vallejo y Avendaño 2013).

Conclusiones

Se concluye que los modelos de estimación del volumen ajustados son de fácil utilización y alta confiabilidad para su aplicación con árboles clonados de teca en Costa Rica y en la región tropical latinoamericana.

Los modelos ajustados pueden ser utilizados con alta confiabilidad en árboles clonados con DAP menores a los 35 cm y con precaución, en árboles de hasta 40 cm.

La función para la estimación del volumen comercial con corteza hasta 5 cm de diámetro, en árboles clonados es: $V_{5cc} = -0,0072*(dap) + 0,0010*(dap)^2$.

La función para la estimación del volumen comercial con corteza hasta 10 cm de diámetro, en árboles clonados es: $V_{10cc} = -0,0056*(dap) + 0,0008*(dap)^2$.

La función para la estimación del volumen total en árboles clonados es: $V_{Tcc} = -0,0068*(dap) + 0,0010*(dap)^2$.

Los modelos de estimación del volumen para árboles clonados de teca, reflejan el progreso de los programas de mejoramiento genético.

Recomendaciones

En futuros trabajos se deberá incorporar prioritariamente, datos de árboles con DAP superior a los 25 cm o también, de más de 10 años de edad. Preferiblemente, los árboles a incluir en la base de datos deben provenir de nuevos sitios de medición.

Referencias

- Badilla, Y; Murillo, O. 2017. Ganancia realizada en plantaciones clonales de Costa Rica. En: Simposio Internacional GENFORES. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Escuela de Ing. Forestal. 26-27 enero, Cartago, CR.
- Bermejo, I; Cañella, I; San Miguel, A. 2004. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. *Forest Ecology and Management* 189(1/3):97-110.
- Briscoe C. 1995. Silvicultura y manejo de teca, melina y pochote. Diseminación del cultivo de árboles de uso múltiple. MADELEÑA/USAID/G-CAP/RENARM, FINNIDA/PROCAFOR (Proyecto 1). Turrialba, Costa Rica. CATIE. 44p. (Serie Técnica no. 270).
- Camacho P. y Madrigal T. 1997. Ecuaciones de volumen preliminares para *Tectona grandis*. III Congreso Forestal nacional. 12–29 de Agosto. San José, Costa Rica. 131–133 p.
- Chakraborti S.K. and Gaharwar, K.S. 1995. A study on volume estimation for Indian teak. *Indian Forester* 121(6): 503–509.
- Espitia, M.; Murillo, O.; Castillo, C. 2011. Ganancia genética esperada en teca (*Tectona grandis* L.) en Córdoba (Colombia). *Colombia Forestal* vol 14(1): 81-93 /enero-junio, 2011.
- Hamzah K.A. and Mohamed A.H. 1994. Volume equations and tables for teak (*Tectona grandis* Linn) in Mata Ayer, Perlis, Malaysia. *FRIM Reports* 65:18–33.
- Keogh, R. 1980. Teak (*Tectona grandis*) provenances of the Caribbean, Central America, Venezuela and Colombia. Presented at the Rio Piedras IUFRO Meeting, Working Group S1.07.09 (Rio Piedras, Puerto Rico, 8--12 Sept.). p. 343-358.
- Kottman, F. 2013. Panamerican Woods S.A. Costa Rica. Capítulo 17. En: De Camino, R.; Morales, J.P. (eds). Las plantaciones de teca en América Latina: Mitos y realidades. Boletín Técnico 397. CATIE. Turrialba, Costa Rica. 330-341 p.
- Mora, F; Hernández, W. 2007. Estimación del volumen comercial por producto para rodales de teca en el Pacífico de Costa Rica. *Agronomía Costarricense* 31(1): 101-112.
- Moret A.Y., Jerez M. and Mora A. 1998. Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) en la Unidad Experimental de la Reserva Forestal Caparo, Estado Barinas – Venezuela. *Rev. Forest. Venez.* 42(1): 41–50.
- Moya-Roque, Muñoz-Acosta, Salas-Garita, Berrocal-Jiménez, Leandro-Zúñiga, Esquivel-Segura. 2010. Tecnología de madera de plantaciones forestales: Fichas técnicas. *Rev. Forestal Mesoamericana*. Kurú Vol 7 (No 18-19).
- Murillo, O; Badilla, Y. 2004. Breeding teak in Costa Rica. In IUFRO Meeting. Forest Genetics and Genomics. (1–5 nov., Charleston, South Carolina, USA). www.ncsu.edu/feop/iufro_genetics2004/proceedings.pdf.
- Murillo, O; Badilla, Y. 2009. Mejora genética de la teca: avances y tendencias en los últimos 10 años. In Congreso Internacional del Cultivo de Teca (1. 16-17 set., 2009, Universidad de Quevedo, Ecuador).

- Murillo, O.; Espitia, M. y Castillo, C. 2012. Fuentes Semilleras para la Producción Forestal. 1ª ed. Editorial Domar S.A.S. Bogotá, Colombia. 184 p.
- Murillo, O.; Wright, J.; Monteuis, O.; Montenegro, F. 2013. Capítulo 6: Mejoramiento genético de la teca en América Latina. En: De Camino, R.; Morales, J.P. (eds). Las plantaciones de teca en América Latina: Mitos y realidades. Boletín Técnico 397. CATIE. Turrialba, Costa Rica. 86-111 p.
- Ortiz E. 2011. Crecimiento y Rendimiento Forestal. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Ingeniería Forestal. Cartago. 94 p
- Pandey D., Brown C. 2000. La teca: una visión global. Unasylva 51(2): s.p.
- Phillips G.B. 1995. Growth functions for teak (*Tectona grandis* Linn. F.) plantations in Sri Lanka. Commonw. Forest. Rev. 74(4): 361–375.
- Pérez Cordero, L.D., Kanninen, M., 2003. Provisional equations for estimating total and merchantable volume of *Tectona grandis* trees in Costa Rica. Forests, Trees and Livelihoods 13, 345-359.
- Ramnarine S. 1994. Growth and yield of teak plantations in Trinidad and Tobago. M.Sc. thesis, University of New Brunswick, Canada. 165 p.
- Schnell e Schuhli, G; Paludzyszyn, F. 2010. O cenário da silvicultura de teca e perspectivas para o melhoramento genético. Pesquisa Florestal Brasileira (Colombo) 30(63): 217-230.
- Tewari D. 1999. A monograph on teak (*Tectona grandis* L. f.). Dehra Dun, India. International Book Distributors. 479 p.
- Vallejo, A., Avendaño, Jeimmy. 2013. Modelos de crecimiento y rendimiento. Capítulo 7. En: De Camino, R.; Morales, J.P. (eds). Las plantaciones de teca en América Latina: Mitos y realidades. Boletín Técnico 397. CATIE. Turrialba, Costa Rica. 114-133.
- Vallejos, J., Y. Badilla, F. Picado & O. Murillo. 2010. Metodología para la selección e incorporación de árboles plus en programas de mejoramiento genético forestal. Agronomía Costarricense 33: 105-119.
- Weaver, P. 1993. *Tectona grandis* L.f. Teak (en línea). New Orleans, US. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station. Consultado 4 nov. 2007. Disponible en <http://www.fs.fed.us/global/iitf/Tectonagrandis.pdf>